

## BAB 2

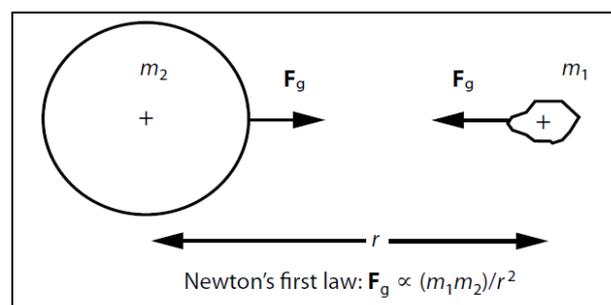
### TEORI DASAR

#### 2.1 Metode Gayaberat

Metode gayaberat merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk proses eksplorasi di daerah panas bumi, karena metode ini dapat menggambarkan struktur geologi bawah permukaan dengan lebih baik dari metode geofisika lainnya. Adanya variasi densitas dari batuan yang berbeda pada suatu tempat dengan tempat lainnya akan menghasilkan medan gaya gravitasi yang berbeda pula sehingga menimbulkan perbedaan medan gravitasi saat diukur dari permukaan bumi. Dari hasil pengukuran ini maka data yang diperoleh akan diolah hingga mendapatkan anomali dari struktur bawah permukaan serta struktur patahan daerah panas bumi tersebut. Nilai percepatan gravitasi bumi dipengaruhi oleh beberapa faktor yaitu lintang, ketinggian, topografi, pasang surut, dan perbedaan variasi densitas dari batuan. Karena dipengaruhi oleh kelima faktor tersebut maka perlu dilakukan koreksi terhadap nilai dari percepatan gravitasi tersebut.

#### 2.2 Konsep Dasar Gayaberat

Teori yang mendasari metode gayaberat adalah hukum Newton yang menyatakan bahwa setiap bagian suatu benda akan menimbulkan gaya tarik menarik terhadap bagian lain yang besarnya sama dengan hasil kali massa kedua benda dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara kedua massa yang dapat dilihat pada Gambar 2.1.



**Gambar 2.1** Ilustrasi gaya tarik-menarik antar dua benda

Besarnya gaya tarik antara dua partikel bermassa  $m_1$  dan  $m_2$  diberikan oleh persamaan [8]:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (2.1)$$

Dimana:

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (2.2)$$

Keterangan:

$F$  : Gaya antara dua partikel bermassa  $m_1$  ke  $m_2$  (N)

$\gamma$  : Konstanta gravitasi universal ( $6.672 \times 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ )

$m_1$  : Massa benda 1 (kg)

$m_2$  : Massa benda 2 (kg)

$r$  : Jarak partikel bermassa  $m_1$  ke  $m_2$  ( $\text{m}^2$ )

$\hat{r}$  : Arah vektor dari  $m_2$  ke  $m_1$  (satu satuan)

Gaya tarik bumi terhadap suatu massa yang berada di luar bumi menyebabkan massa dipercepat secara vertikal ke bawah. Percepatan yang dialami suatu massa ( $m_2$ ) akibat tarikan massa lain, dalam hal ini bumi ( $m_1$ ) dalam jarak  $r$  dikenal sebagai percepatan gravitasi yang dinyatakan sebagai:

$$g = \frac{F}{m_2} \quad (2.3)$$

Sedangkan dari Hukum Newton kedua menyatakan pengaruh percepatan yang dikenakan pada suatu benda bermassa  $m$ , dan dalam metode gravitasi ini, percepatan tersebut digantikan oleh percepatan gravitasi  $g$ :

$$g = \left( \frac{\gamma m_1}{r^2} \right) \hat{r} \quad (2.4)$$

Dimana:

$$\hat{r} = \frac{1}{r} [(x - x')\hat{i} + (y - y')\hat{j} + (z - z')\hat{k}] \quad (2.5)$$

Keterangan:

$g$  : Percepatan gravitasi ( $m/s^2$ )

$\gamma$  : Konstanta gravitasi universal ( $6.672 \times 10^{-11} Nm^2/kg^2$ )

$m$  : Massa benda (kg)

$r$  : Jarak antar pusat partikel bermassa ( $m^2$ )

$\hat{r}$  : Arah vektor dari  $m_2$  ke  $m_1$  (satu satuan)

Besarnya gayaberat disuatu titik dipengaruhi oleh lima faktor, yaitu posisi lintang, ketinggian, bentuk topografi, pasang surut dan variasi densitas bawah permukaan.

## 2.3 Potensial Gravitasi

### 2.3.1 Potensial 2D

Jika suatu massa yang panjang dalam arah  $y$  dan memiliki *cross section* yang seragam, bentuknya berubah-ubah pada bidang  $x$ , maka gaya tarik gravitasinya nya diperoleh dari potensial logaritmik dengan menggunakan persamaan [8]:

$$U = \gamma p \int_x \int_y dx dz \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{r} dy \quad (2.5)$$

Dimana  $r' = x^2 + z^2$ , dalam bentuk 2D, pengaruh gravitasinya adalah:

$$g = -\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right) \quad (2.6)$$

$$g = 2\gamma \int_x \int_z \rho \left(\frac{z}{r'}\right) dx dz \quad (2.7)$$

Dimana,

$$\iint dx dz = \iint r' dx dz = \int r dx \int dz = \int r'^2 dz \quad (2.8)$$

$$g = 2\gamma \iint \rho \left(\frac{z}{r'^2}\right) r'^2 dz \quad (2.9)$$

$$g = 2\gamma \int \rho \left(\frac{z}{r'^2}\right) r'^2 dxz \quad (2.10)$$

$$g = 2\gamma \oint z dz \quad (2.11)$$

### 2.3.2 Potensial 3D

Medan gravitasi bumi bersifat konservatif, dimana usaha yang dilakukan oleh massa dalam suatu medan gravitasi tidak bergantung pada lintasan, namun bergantung pada titik akhirnya saja. Jika benda yang bergerak akhirnya kembali pada posisi semula maka energi yang dikeluarkannya adalah nol. Bentuk gayaberat adalah vektor yang mengarah sepanjang garis yang menghubungkan dua pusat massa. Medan konservatif berasal dari sebuah fungsi potensial scalar  $U(x, y, z)$  yang disebut dengan potensial 3D [8]:

$$\nabla U(x, y, z) = -\frac{F(x,y,z)}{m_2} \quad (2.12)$$

$$\nabla U(x, y, z) = -g(x, y, z) \quad (2.13)$$

Dalam koordinat *spherical* menjadi:

$$\nabla U(r, \theta, \varphi) = -\frac{F(r,\theta,\varphi)}{m_2} \quad (2.14)$$

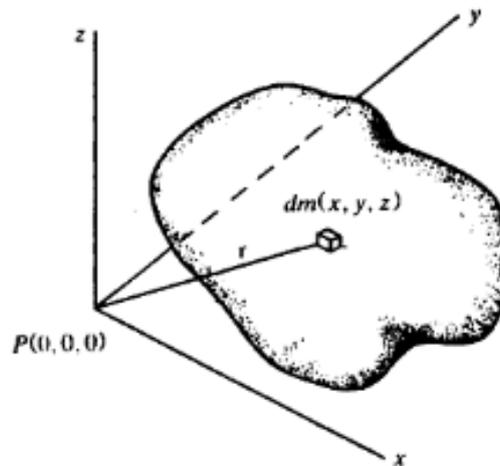
$$\nabla U(r, \theta, \varphi) = -g(r, \theta, \varphi) \quad (2.15)$$

Dalam memecahkan potensial gravitasi, dapat digunakan alternatif lainnya dalam bentuk:

$$U(r, \theta, \varphi) = \int_{\infty}^{\omega} (\nabla U) d \quad (2.16)$$

$$U(r, \theta, \varphi) = -\int_{\infty}^{\omega} g d \quad (2.17)$$

Bentuk dari massa 3D dapat berubah-ubah dari berbagai bidang Gambar 2.2.



**Gambar 2.2** Potensial massa pada 3D [8]

Potensial dan percepatan gayaberas pada suatu titik yang paling luar diperoleh dengan membagi massa dengan elemen kecil kemudian menjumlahkannya untuk memperoleh pengaruh totalnya. Potensial untuk elemen massa  $dm$  di titik  $(x, y, z)$  dengan jarak  $r$  dari  $p(0, 0, 0)$  adalah:

$$dU = \gamma \frac{dm}{r} = \gamma \rho \, dx \, dy \, dz / r \quad (2.18)$$

Dimana  $\rho(x, y, z)$  merupakan rapat massa dan  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ . Maka massa  $m$  potensial totalnya adalah:

$$U = \gamma \int_x \int_y \int_z \left( \frac{\rho}{r} \right) dx \, dy \, dz \quad (2.19)$$

Karena  $g$  merupakan percepatan gravitasi dalam arah  $z$ , dan  $\rho$  dianggap konstan maka:

$$g = -\left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.20)$$

$$g = \gamma \rho \int_x \int_y \int_z \left( \frac{z}{r^2} \right) dx \, dy \, dz \quad (2.21)$$

## 2.4 Reduksi Gayaberat

Sebelum data diinterpretasi maka diperlukan proses koreksi segala macam variasi dalam medan gravitasi yang tidak memiliki hubungan dengan densitas dari batuan di bawah permukaan, karena *level* permukaan laut adalah *level* datum yang paling umum. Oleh karena itu, diperlukan adanya beberapa koreksi terhadap nilai gayaberat yang terukur untuk mendapatkan variasi densitas bawah permukaan bumi saja. Koreksi yang dilakukan meliputi koreksi *tidal*, koreksi *drift* (apungan), koreksi *latitude* (lintang), koreksi *free air*, koreksi Bouguer, dan koreksi *terrain* (topografi).

$$CBA = g_{observasi} - g\phi + FAC - BC + TC \quad (2.22)$$

Keterangan:

CBA : *Complete Bouguer Anomaly* (mGal)

$g_{observasi}$ : Nilai Bacaan dilapangan (mGal)

$g\phi$  : Koreksi Lintang

FAC : *Free Air Correction* (Koreksi Udara Bebas) (mGal)

BC : *Bouguer Correction* (Koreksi Bouguer) (mGal)

TC : *Terrain Correction* (Koreksi Medan) (mGal)

### a. Koreksi *Tidal* (Pasang Surut)

Koreksi pasang surut pada pengukuran gayaberat dilakukan untuk memperhitungkan pengaruh gayaberat dari benda-benda di luar bumi seperti matahari dan bulan. Pasang surut bumi dapat mempengaruhi gravitasi hingga 0.3 mGal dengan periode  $\pm 12$  jam. Harga koreksi ini bergantung pada posisi lintang dan waktu pengambilan data gayaberat. Adapun persamaannya dapat ditulis:

$$U_p = \gamma(r) \left[ \left( \frac{c}{R} \right)^3 \left( \cos 2\theta_m + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} \frac{r}{c} \left( \frac{c}{R} \right)^4 (5 \cos 2\theta_m + 3 \cos 2\theta_m) \right] \quad (2.23)$$

$$g_{st} = g_s \pm t \quad (2.24)$$

Dimana:

$U_p$  : Potensial di titik p akibat pengaruh bulan

$\theta_m$ : Posisi Lintang

R : Jarak pusat bumi ke bulan (km)

- r : Jari-jari bumi menuju titik p (km)
- C : Jarak rata-rata ke bulan (km)
- $g_{st}$ : Gravitasi terkoreksi pasang surut (tidal)
- $g_s$ : Gravitasi pada pembacaan alat
- t : Nilai koreksi pasang surut (tidal)

**b. Koreksi *Drift* (Apungan)**

Adanya struktur dalam alat yang berupa pegas yang sangat halus sehingga perubahan mekanis berpengaruh terhadap hasil pengukuran maka koreksi ini yang dibutuhkan untuk menghilangkan pengaruh mekanisme alat seperti elastisitas pegas pada alat, suhu, dan guncangan saat pengambilan data [8]:

$$drift = \frac{g_{akhir} - g_{awal}}{t_{akhir} - t_{awal}} (t_n - t_{awal}) \quad (2.25)$$

Keterangan:

Drift: Koreksi drift (mGal)

$g_{akhir}$ : Pembacaan gravimeter pada akhir *looping* (mGal)

$g_{awal}$ : Pembacaan gravimeter pada awal *looping* (mGal)

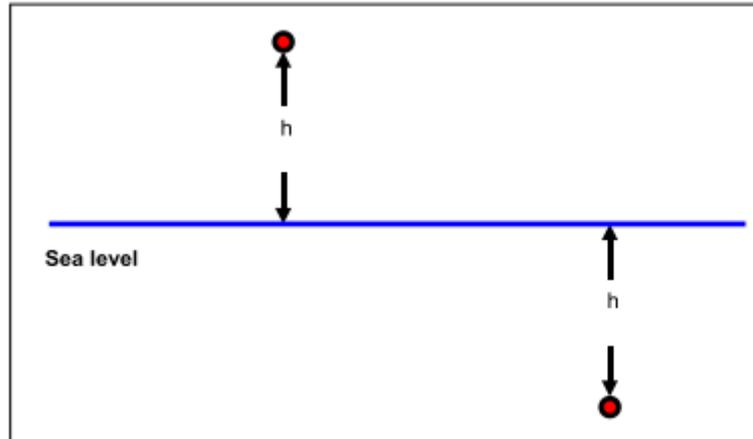
$t_{akhir}$ : Waktu pembacaan pada akhir *looping* (s)

$t_{awal}$ : Waktu pembacaan awal *looping* (s)

$t_n$ : Waktu pembacaan pada stasiun ke-n, dimana  $n = 1, 2, 3, \dots$ dst.

**c. Koreksi *Free Air***

Koreksi udara bebas (*free air*) menghilangkan pengaruh ketinggian terhadap medan gravitasi bumi, ilustrasi dapat dilihat pada Gambar 2.3.



**Gambar 2.3** *Free Air Correction (FAC)* [9]

Proses ini dilakukan guna mengkompensasi ketinggian antara titik pengamatan dan datum (*mean sea level*) [8]:

$$\Delta g_{FA} = 0.3086 h \text{ mGal} \quad (2.26)$$

Dimana  $h$  merupakan ketinggian dengan satuan meter.

**d. Koreksi *Latitude***

Koreksi *latitude* merupakan koreksi yang dibuat berdasarkan kalkulasi dari nilai gravitasi terhadap posisi *latitude* pengukuran. Hal ini dikarenakan bentuk bumi yang mendekati bentuk spheroid, sehingga digunakan spheroid referensi sebagai pendekatan muka laut rata-rata. Spheroid referensi adalah suatu elipsoid *oblate* yang digunakan sebagai pendekatan untuk muka laut rata-rata (geoid) dengan mengabaikan efek benda di atasnya. Spheroid referensi diberikan oleh persamaan berikut ini [8]:

$$g(\phi) = 978031846 (1 + 0.002885 \sin^2 \phi + 0.00023462 \sin^4 \phi) \text{ mGal} \quad (2.27)$$

dimana  $\phi$  merupakan posisi lintang dalam satuan radian dan  $g(\phi)$  dalam satuan mGal.

Geoid yaitu permukaan ekuipotensial yang dianggap sebagai muka laut rata-rata dimana adanya efek elevasi di daratan, depresi di bagian lautan dan efek variasi rapat massa lainnya.

### e. Koreksi Bouguer

Koreksi dilakukan karena adanya gayaberat massa di antara bidang referensi muka air laut sampai titik pengukuran sehingga nilai gayaberat terukur bertambah. Dua asumsi yang digunakan dalam menurunkan koreksi Bouguer adalah bahwa *slab* memiliki densitas yang seragam dan dengan pendekatan benda berupa *slab* tak berhingga dengan ketebalan  $L$ . Koreksi Bouguer diberikan oleh persamaan berikut ini:

$$\Delta g_B = 2\pi\gamma\rho \quad (2.28)$$

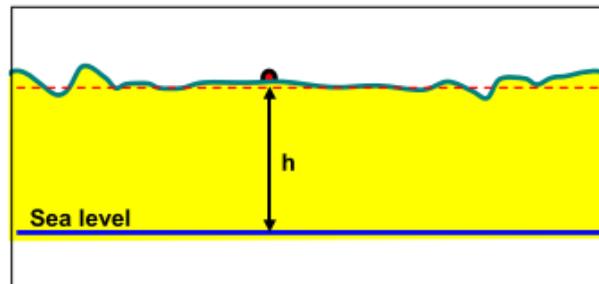
$$= 0.04192\rho h \text{ mGal} \quad (2.28a)$$

Keterangan:

$h$ : Ketinggian (m)

$\rho$ : Densitas (gr/cc)

dengan  $\rho$  adalah densitas *slab* (gr/cc) (Gambar 2.4).



**Gambar 2.4** Bouguer Corretion (BC) [9]

Jika densitas rata-rata diasumsikan sebesar  $2.67 \text{ g/cm}^3$ , maka persamaan (2.28a) menjadi:

$$\Delta g_B = 0.112 h \text{ mGal} \quad (2.28b)$$

Koreksi Bouguer dan *free-air* sering dikombinasikan menjadi koreksi elevasi.

Koreksi elevasi diberikan oleh persamaan berikut ini:

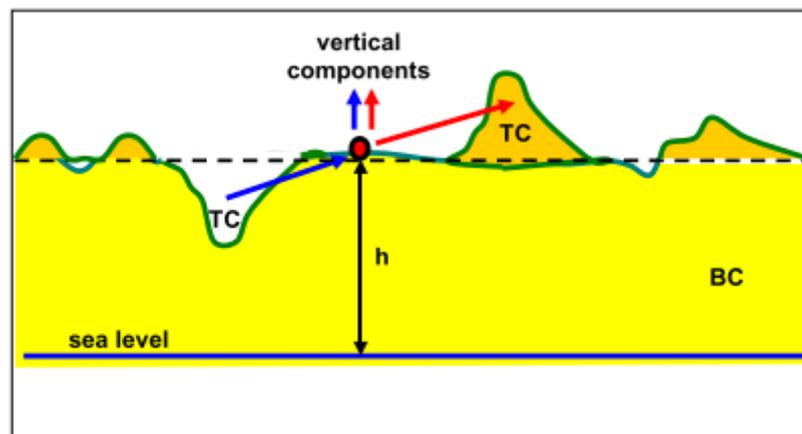
$$\Delta g_E = \Delta g_{FA} - \Delta g_B \quad (2.29)$$

$$= (0.3085 - 0.112) h \text{ mGal} \quad (2.29a)$$

$$= 0.1965 h \text{ mGal} \quad (2.29b)$$

#### f. Koreksi *Terrain*

Kondisi topografi di sekitar titik pengukuran dapat mempengaruhi hasil pengukuran. Nilai gayaberat dapat bertambah ataupun berkurang karena pengaruh topografi. Sebagai contoh, jika terdapat perbukitan di sekitar lokasi pengukuran maka bukit memiliki medan yang menyebabkan Gravitimeter menaikkan percepatan gravitasi, sebaliknya jika di sekitar lokasi pengukuran terdapat lembah maka Gravitimeter cenderung menurunkan percepatan gravitasi hal ini dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 *Terrain Correction (TC)* [9]

Oleh karena itu diperlukan koreksi *terrain* untuk menghilangkan pengaruh topografi tersebut menggunakan *Hammer Chart*, yang dibuat oleh [10]:

$$TC = \frac{2\pi\gamma\rho}{n} (r_L - r_D) + (\sqrt{r_{L^2} + z^2} - \sqrt{r_{D^2} + z^2}) \quad (2.30)$$

Keterangan:

$n$  = Jumlah elemen dalam zona.

$Z$  = Perbedaan elevasi rata-rata kompartemen dan titik pengukuran.

$r_L, r_D$  = Radius luar dan radius dalam kompartemen (m)

$\rho$  = Densitas batuan (gr/cc)

#### g. Anomali Bouguer

Anomali Bouguer merupakan selisih antara harga gravitasi pengamatan *g<sub>obs</sub>* dengan harga gravitasi teoritis *g<sub>n</sub>* yang didefinisikan pada titik pengamatan bukan pada bidang referensi, baik elipsoid maupun muka laut rata-rata. Setelah

data hasil pengukuran dikoreksi, didapatkan persamaan:

$$CBA = g_{obs} - g\phi + FAC - BC + TC \quad (2.31)$$

Keterangan:

CBA = *Bouguer Anomali* (Anomali Bouguer) (mGal)

$g_{obs}$  = Nilai  $g$  observasi (mGal)

FAC = Koreksi udara bebas (mGal)

BC = Koreksi Bouger (mGal)

TC = Koreksi Medan (mGal)

$g_{\phi}$  = Nilai  $g$  lintang (radians)

Setelah melakukan koreksi terhadap data percepatan gayaberat hasil pengukuran maka akan diperoleh persamaan anomali percepatan gayaberat lengkap (CBA) dan sederhana (SBA) [10], yaitu:

1. *Simple Bouguer Anomaly (SBA)*

$$SBA = g_{ob} - g\phi + 0.3086h - 0.04193\rho h \quad (2.32)$$

2. *Complete Bouguer Anomaly (CBA)*

$$CBA = g_{ob} - g\phi + 0.3086 h - 0.04193 \rho h + TC \quad (2.33)$$

## 2.5 Analisis Spektrum

Analisis spektrum digunakan untuk mengestimasi lebar jendela serta mengestimasi kedalaman anomali gayaberat [11], yang dilakukan dengan cara mentransformasi Fourier lintasan yang telah ditentukan pada peta kontur *Complete Bouguer Anomali* (CBA) [12]. Dapat dikatakan hal ini dilakukan dengan tujuan memperkirakan kedalaman benda anomali gayaberat dibawah permukaan [7]. Dengan memanfaatkan Transformasi Fourier untuk mengubah fungsi jarak maupun waktu menjadi fungsi bilangan gelombang atau frekuensi [10]. Secara umum Transformasi Fourier merupakan proses menyusun kembali atau mengurai bentuk gelombang sembarang menjadi bentuk gelombang sinus dengan frekuensi bervariasi dimana hasil penjumlahan gelombang sinus tersebut merupakan bentuk gelombang aslinya [12]. Hasil dari transformasi ini akan berupa spektrum amplitudo dan spektrum fasa yang dapat memperkirakan kedalaman dengan mengestimasi nilai bilangan gelombang ( $k$ ) dan amplitudo ( $A$ ) yang digunakan untuk

menghitung lebar jendela *filter* yang kemudian dijadikan untuk *input* data dalam proses *filtering* dan pemisahan anomali regional dan residual. Hubungan antara gelombang  $s(t)$  yang akan diidentifikasi gelombang sinusnya atau input dan  $S(f)$  sebagai hasil Transformasi Fourier diberikan oleh persamaan berikut:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.34)$$

Dimana  $j = \sqrt{-1}$

Pada metode gravitasi, spektrum diturunkan dari potensial gravitasi yang teramati pada suatu bidang horizontal dimana Transformasi Fouriernya dapat ditulis menjadi [10]:

$$F(U) = \gamma\mu F \frac{1}{r} \text{ dan } F\left(\frac{1}{r}\right) = 2\pi \frac{e^{|k|(z_0-z')}}{|k|} \quad (2.35)$$

Keterangan:

U: Potensial gayaberat ( $m^2$ )

$\gamma$ : Konstanta gayaberat ( $Nm^2/kg^2$ )

$\mu$ : Anomali rapat massa ( $gr/cc$ )

r: Jarak (m)

maka persamaan tersebut menjadi:

$$F(U) = 2\pi\gamma\mu \frac{e^{|k|(z_0-z)}}{|k|} \quad (2.36)$$

Dari persamaan tersebut, maka Transformasi Fourier anomali gayaberat pada bidang horizontal yang diberikan menjadi:

$$F(g_z) = \gamma\mu F \left( \frac{\partial 1}{\partial_z r} \right) \quad (2.37)$$

$$F(g_z) = \gamma\mu \frac{\partial}{\partial_z} F \left( \frac{1}{r} \right) \quad (2.37a)$$

$$F(g_z) = 2\pi\gamma\mu e^{|k|(z_0-z)} \quad (2.37b)$$

Dimana:

$g_z$ : Anomali gayaberat (mGal)

$k$ : Bilangan gelombang (radian)

$z_0$ : Ketinggian titik amat (m)

$z$ : Kedalaman benda anomali (m)

Jika distribusi dari rapat massa bersifat random dan tidak mempunyai korelasi antar masing-masing nilai gayaberat, maka  $m=1$ , sehingga Transformasi Fourier dari anomali gayaberatnya menjadi:

$$A = C e^{|k|(z_0-z)} \quad (2.38)$$

Dimana:

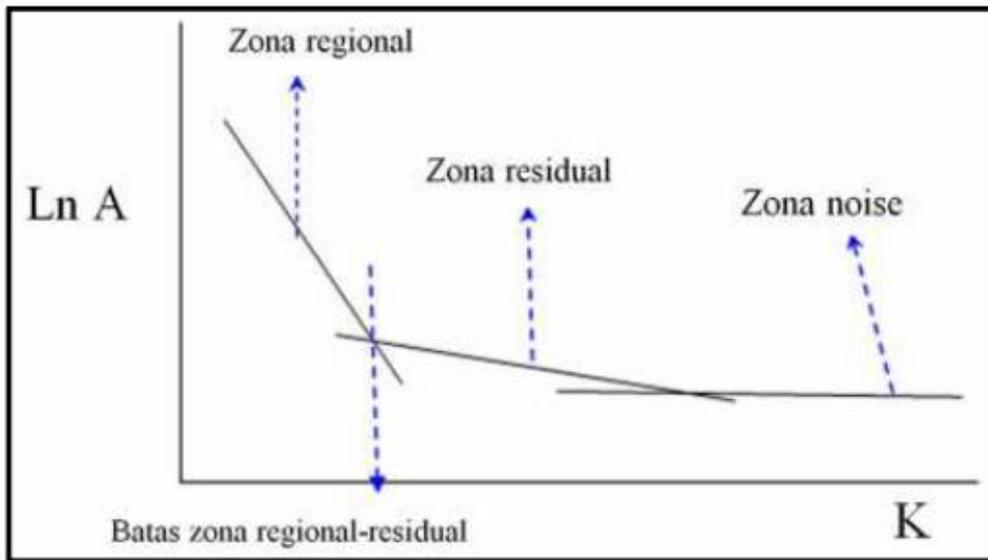
A: Amplitudo (m)

C: Konstanta

Estimasi lebar jendela dilakukan dengan tujuan menentukan lebar jendela yang akan digunakan untuk memisahkan data regional dan residual. Untuk mendapatkan estimasi yang optimal dilakukan dengan menghitung logaritma spektrum amplitudo yang dihasilkan dari Transformasi Fourier pada persamaan (2.38) sehingga memberikan hasil dari persamaan garis lurus. Komponen  $k$  menjadi berbanding lurus dengan spektrum amplitudo, dimana:

$$\ln A = (z_0-z')|k| \quad (2.39)$$

Berdasarkan persamaan (2.39) kedalaman benda anomali ( $z_0-z'$ ) merupakan nilai kemiringan dari grafik hubungan antara  $\ln A$  dan  $k$  Gambar 2.6. Pada gambar tersebut, zona regional terdapat pada bagian kiri, zona residual terdapat pada bagian tengah dan bagian kanan kurva analisis spektrum terdapat *noise*.



**Gambar 2.6** Kurva Ln A terhadap K [10]

Hasil dari proses Transformasi Fourier berupa bilangan gelombang  $k$  dan  $\ln$  Power yang kemudian diplot untuk memisahkan frekuensi rendah dengan frekuensi tinggi. Nilai frekuensi memiliki korelasi dengan dengan nilai  $k$  sehingga dapat ditentukan frekuensi tinggi dan rendah dengan cara membuat *cutoff* dari bilangan gelombang, dari nilai *cutoff* tersebut diketahui lebar jendela yang akan digunakan dengan menggunakan persamaan:

$$N = \frac{2\pi}{k \Delta x} \quad \text{dan} \quad \lambda = N \cdot \Delta x \quad (2.40)$$

Keterangan: N: lebar Jendela

k: Bilangan gelombang (radians)

## 2.6 Pemisahan Anomali Regional dan Residual dengan Metode *Second Vertical Derivative (SVD)* dan *Moving Average*

Anomali gayaberat yang terukur di permukaan merupakan penjumlahan dari semua kemungkinan sumber anomali yang ada di bawah permukaan dimana salah satu nya merupakan target '*event*' dari eksplorasi. Untuk melakukan interpretasi maka dilakukan pemisahan target '*event*' terhadap target lainnya. Proses pemisahan anomali regional dengan residual dilakukan dengan cara *filter* frekuensi dengan mengaplikasikan

Transformasi Fourier. *Filtering* dilakukan dengan mentransformasi data spasial ke data frekuensi menggunakan Transformasi Fourier, dengan membuang komponen frekuensi tertentu dan melakukan inversi kedalam data spasial yang kemudian ditampilkan dalam bentuk kontur anomali [8]. Hasil dari pemisahan data menggunakan *filtering* tersebut maka diperoleh lebar anomali regional lebih besar dari residual dan *noise*, hal ini disebabkan oleh sumber yang dalam, sedangkan anomali residual adalah anomali yang disebabkan oleh sumber yang dangkal. Beberapa metode yang dapat digunakan untuk memisahkan anomali regional dan residual dari anomali bouguer lengkap (*Complete Bouguer Anomaly*) dapat dilakukan dengan metode *moving average* dan *Second Vertical Derivative (SVD)*.

### 2.6.1 *Second Vertical Derivative (SVD)*

*Second Vertical Derivative (SVD)* merupakan metode pemisahan anomali dimana anomali yang diperoleh adalah anomali residual hal ini berbeda dengan metode *moving average* dimana kita terlebih dahulu memperoleh anomali regionalnya. metode *Second Vertical Derivative* merupakan metode yang bersifat *High Pass Filter* sehingga metode ini bagus untuk mengetahui diskontinuitas suatu struktur bawah permukaan khususnya dalam mengidentifikasi jenis patahan turun, patahan naik atau patahan mendatar. Secara teoritis metode ini diturunkan dari persamaan Laplace untuk anomali gayaberat di permukaannya:

$$\nabla^2 \Delta g = 0 \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2} \quad (2.42)$$

Sehingga *Second Vertical Derivative* nya menjadi:

$$\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2} = -\left(\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta g}{\partial x^2}\right) \quad (2.43)$$

Untuk data penampang, dimana  $y$  mempunyai nilai yang tetap maka persamaannya adalah:

$$\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2} = -\left(\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial x^2}\right) \quad (2.44)$$

Dari persamaan tersebut dapat diketahui bahwa *Second Vertical Derivative* dari suatu anomali gayaberat adalah sama dengan negatif dari *derivative* orde 2 horisontalnya. *Second Vertical Derivative* dari suatu anomali gayaberat permukaan adalah sama dengan negatif dari *Second Horizontal Derivative* (SHD).

$$S = -S = \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}\right) \quad (2.45)$$

Dalam menentukan jenis struktur patahan dapat dijabarkan dengan persamaan [13]:

$$\left(\frac{\partial^a \Delta g}{\partial z^2}\right)_{maks} > \left|\left(\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2}\right)\right|_{min} \text{ untuk patahan normal} \quad (2.46)$$

$$\left(\frac{\partial^a \Delta g}{\partial z^2}\right)_{min} < \left|\left(\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2}\right)\right|_{maks} \text{ untuk patahan naik} \quad (2.47)$$

Dalam menggunakan *filter SVD* terdapat koefisien dari beberapa operator yang digunakan, operator *filter* yang digunakan terdiri dari Henderson dan Ziets (1949), Elkins (1951) dan Rosenbach (1953) yang ditunjukkan pada Tabel 2.1.

**Tabel 2.1** Beberapa operator *filter* SVD

Handerson dan Ziets (1949)				
0.0000	0.0000	-0.0838	0.0000	0.0000
0.0000	+1.0000	-2.6667	+1.0000	0.0000
-0.0838	-2.6667	+17.000	-2.6667	-0.0838
0.0000	+1.0000	-2.6667	+1.0000	0.0000
0.0000	0.0000	-0.0838	0.0000	0.0000
Elkins (1951)				
0.0000	-0.0833	0.0000	-0.0833	0.0000
-0.0833	-0.0667	-0.7500	-0.0667	-0.0883
0.0000	-0.0334	+1.0668	-0.0334	0.0000
-0.0833	-0.0667	-0.7500	-0.0667	-0.0883

0.0000	-0.0833	0.0000	-0.0833	0.0000
Rosenbach (1953)				
0.0000	+0.0416	0.0000	+0.0416	0.0000
+0.0416	-0.3332	-0.7500	-0.3332	+0.0416
0.0000	-0.7500	+4.0000	-0.7500	0.0000
+0.0416	-0.3332	-0.7500	-0.3332	+0.0416
0.0000	+0.0416	0.0000	+0.0416	0.0000

Dalam data gayaberat, nilai anomali akan mengalami perubahan secara vertikal karena adanya efek dari distribusi massa yang tidak merata secara vertikal sehingga turunan keduanya memperlihatkan besar efek gayaberat dari struktur yang lebih luas dan letak yang lebih dalam. Oleh sebab itu, struktur lokal dan struktur samar dapat diperjelas bentuk kurvanya dibanding struktur regional yang lebih melebar bentuknya [14].

### 2.6.2 *Moving Average*

Nilai gayaberat yang terukur di permukaan merupakan penjumlahan dari berbagai macam anomali dan struktu mulai dari permukaan sampai inti bumi, sehingga anomali Bouguer yang diperoleh merupakan gabungan dari beberapa sumber anomali dan struktur. Anomali Bouguer merupakan superposisi dari anomali yang bersifat regional dan yang bersifat residual. Untuk mendapatkan peta anomali regional, dilakukan pemisahan terhadap anomali Bouguer dengan menggunakan *filtering moving average*. *Moving average* dilakukan dengan cara merata-ratakan nilai anomalnya. Hasil dari perata-rataan ini merupakan anomali regionalnya, untuk anomali residualnya didapatkan dengan mengurangkan data hasil pengukuran gravitasi dengan anomali regionalnya. Jika dianalisis dari spektrum nya, teknik *moving average* sama dengan '*low pass filter*', sehingga *output* dari proses ini adalah frekuensi rendah dari anomali Bouguer yang memperlihatkan anomali regionalnya. Selanjutnya dalam memperoleh anomali residual dilakukan dengan mengurangkan anomali regional terhadap anomali bouguernya.

Anomali regional berkaitan dengan kondisi geologi umum secara keseluruhan pada daerah yang bersangkutan, yang dicirikan oleh anomali yang berfrekuensi rendah, sedangkan anomali residual dicirikan oleh anomali yang berfrekuensi tinggi. Secara matematis persamaan *moving average* untuk satu dimensi adalah sebagai berikut:

$$\Delta T_{reg}(i,j) = \frac{(\Delta T(i-n,j-n)+\dots+\Delta T(i,j)+\dots+\Delta T(i+n,j+n))}{N} \quad (2.48)$$

Dimana,

$$n = \frac{N-1}{2}$$

$N$  = Lebar jendela (harus bilangan ganjil).

$i, j$  = Nomor stasiun

$\Delta T_{reg}$  = Besarnya anomali regional.

Setelah diperoleh  $\Delta T_{reg}$ , maka harga  $\Delta T_{residual}$  dapat dihitung dengan menggunakan persamaan:

$$\Delta T_{residual} = \Delta T - \Delta T_{reg} \quad (2.49)$$

Keterangan:

$\Delta T_{residual}$  : Besar anomali residual (mGal)

$\Delta T$  : Besar anomali Bouguer (mGal)

$\Delta T_{reg}$  : Besar anomali regional (mGal)

Persamaan (2.32) merupakan dasar dari metode *moving average*, dari persamaan tersebut maka dapat dihitung nilai anomali regional pada sebuah titik penelitian. Dimana nilai anomali regional pada sebuah titik penelitian, sangat tergantung pada nilai anomali yang terdapat di sekitar titik penelitian. Sehingga nilai anomali regional pada sebuah titik

merupakan hasil rata-rata dari nilai anomali-anomali di sekitar daerah penelitian. Hal penting pada proses *moving average* adalah penentuan lebar jendela dengan tepat. Bilangan gelombang *cutoff* yang diperoleh dari hasil analisis spektral digunakan sebagai masukan dalam perhitungan menentukan lebar jendela.

$$N = \frac{2\pi}{k\Delta x} \quad (2.50)$$

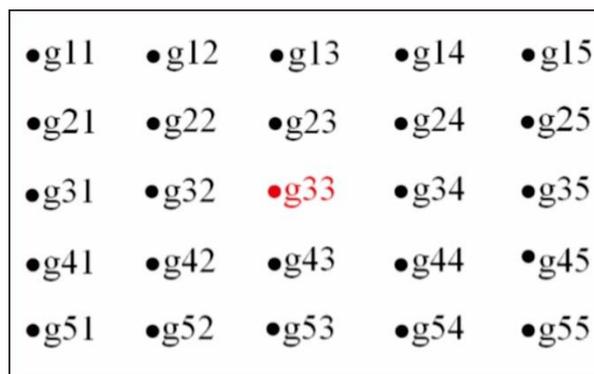
Dimana,

k: Bilangan gelombang *cutoff*

N: Lebar jendela

$\Delta x$ : Spasi pengukuran

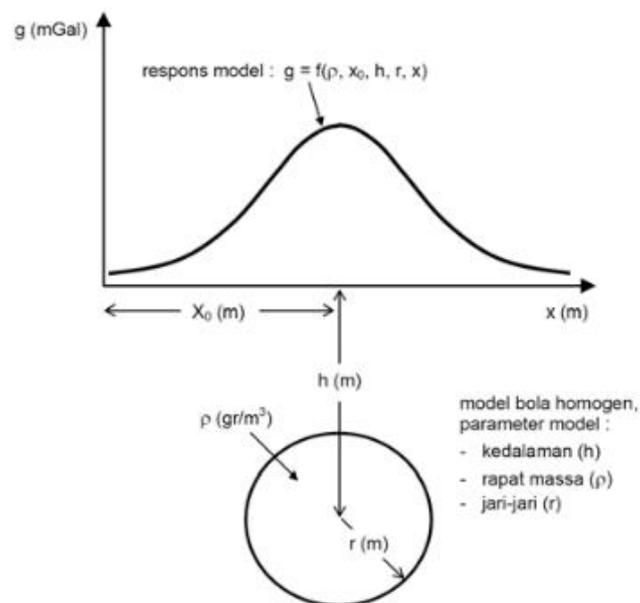
Lebar jendela yang telah dihitung pada proses analisis spektral sebagai data masukan pada *moving average*. Semakin kecil lebar jendela yang digunakan untuk proses *moving average*, maka daerah yang dapat diteliti akan semakin kecil. Hal ini dikarenakan data yang berada di tepi akan hilang, maka penentuan lebar jendela harus optimal. Adapun penerapan *moving average* pada peta 2D harga  $\Delta g$  diperoleh dengan merata-ratakan semua nilai dari  $\Delta g$  nya di dalam sebuah kotak persegi seperti pada Gambar 2.7.



**Gambar 2.7** Ilustrasi *moving average* dengan lebar jendela 5x5

## 2.7 Interpretasi Kuantitatif

Dalam geofisika interpretasi kuantitatif dilakukan untuk menggambarkan kondisi geologi bawah permukaan dari data gayaberasat. Interpretasi ini dilakukan dengan cara memodelkan kondisi bawah permukaan dengan prinsip *forward modeling*. Hal yang diperlukan untuk mengkarakterisasi kondisi geologi bawah permukaan adalah model dan parameter model. Pemodelan merupakan proses estimasi model dan parameter model berdasarkan data yang diamati di permukaan bumi. Maka istilah model merupakan representasi kondisi geologi oleh besaran fisis dan mencakup hubungan teoritik antara parameter model dengan respon model tersebut, hal ini dapat dilihat pada Gambar 2.8.



**Gambar 2.8** Ilustrasi hubungan antara model, parameter model dan respons model dalam pemodelan anomali gravitasi [16]

### 2.7.1 Forward Modeling (Pemodelan Ke depan)

Dalam pemodelan geofisika mencari suatu model yang menghasilkan respon yang cocok dengan data pengamatan. Maka model tersebut dapat mewakili kondisi bawah permukaan lokasi pengukuran data. Maka dapat dinyatakan bahwa pemodelan kedepan (*forward*

*modeling*) merupakan proses perhitungan “data” yang secara teoritis teramati di permukaan bumi jika diketahui harga parameter model bawah permukaan tertentu [16] secara sederhananya *forward modeling* (pemodelan ke depan) merupakan metode interpretasi yang memperkirakan densitas bawah permukaan dengan membuat terlebih dahulu benda geologi bawah permukaan.

Prinsip umum pemodelan ini adalah meminimumkan selisih dari anomali pengamatan untuk mengurangi ambiguitas pada data. Pemodelan ke depan dibuat berdasarkan pengetahuan geologi dan geofisika, dimana anomali dihitung dan dibandingkan dengan anomali observasi [10]. Agar diperoleh kesesuaian antara data dari model sintetik atau data teoritis dengan data observasi maka pemodelan dapat dilakukan dengan proses *trial and error* atau proses coba-coba yang salah satunya dengan cara mengubah-ubah harga parameter model tersebut. Model benda sembarang dua dimensi yang sering digunakan adalah model dengan pendekatan bentuk poligon dengan menggunakan jumlah sisi poligon tertentu sehingga efek gayaberatnya dapat dihitung. Menurut (Talwani, 1959) pemodelan ke depan untuk menghitung efek gayaberat model benda bawah permukaan dengan penampang berbentuk sembarang yang dapat diwakili oleh suatu poligon bersisi dinyatakan sebagai integral garis sepanjang sisi-sisi poligon :

$$g_z = 2\gamma\rho \oint z d\theta \quad (2.51)$$

Integral dari garis tertutup tersebut dapat dinyatakan sebagai jumlah integral garis tiap sisinya, sehingga dapat ditulis sebagai berikut :

$$g_z = 2\gamma\rho \sum_{i=1}^n g_i \quad (2.52)$$

Dimana :  $g_z$  = anomali gayaberat (mGal)  
 $\gamma$  = konstanta gayaberat ( $\text{Nm}^2/\text{kg}^2$ )  
 $z$  = ketinggian titik amat (m)  
 $\rho$  = densitas batuan rata-rata (gr/cc)

Pemodelan ini dilakukan dengan pendekatan poligon dari Talwani menggunakan persamaan:

$$g_i = \int_b^c \frac{a_i \tan \theta_i}{\tan \theta_i - \tan \theta} d\theta \quad (2.53)$$

Maka diperoleh,

$$g_i = a_i \sin \phi_i \cos \phi_i \left\{ (\theta_i + \theta_{i+1}) \ln \left( \frac{\cos \theta_i (\tan \theta_i - \tan \phi_i)}{\cos \theta_{i+1} (\tan \theta_{i+1} - \tan \phi_i)} \right) \right\} \quad (2.54)$$

$$a_i = x_{i+1} - z_{i+1} \cot \phi_i = x_{i+1} - z_{i+1} \left( \frac{x_{i+1} + x_i}{z_{i+1} - z_i} \right) \quad (2.55)$$

$$\phi_i = \tan^{-1} \left( \frac{z_{i+1} - z_i}{x_{i+1} + x_i} \right) \quad (2.56)$$

### 2.7.2 Inverse Modeling (Pemodelan Ke belakang)

Pemodelan inversi sering dikatakan sebagai "kebalikan" dari pemodelan ke depan karena dalam pemodelan ini parameter model diperoleh secara langsung dari data. Menurut Menke (1984) definisi teori inversi sebagai suatu kesatuan metode matematika dan statistika untuk memperoleh informasi yang berguna mengenai suatu sistem fisika berdasarkan observasi terhadap sistem tersebut. Sistem fisika yang dimaksud adalah fenomena yang kita tinjau, hasil observasi terhadap sistem adalah data sedangkan informasi yang ingin diperoleh adalah model atau parameter model [16].

Pemodelan inversi sering pula disebut sebagai data *fitting* karena dalam prosesnya dicari parameter model yang menghasilkan respons yang *fit* dengan data pengamatan. Tujuan dari proses ini adalah untuk mengestimasi parameter fisis batuan yang tidak diketahui sebelumnya proses ini dilakukan dengan menggunakan *software Oasis Montaj*. Pada proses ini bumi dimodelkan menggunakan sejumlah sel *rectangular* dari densitas lalu distribusi densitas akhir diperoleh dengan meminimalkan fungsi model obyektif untuk menyesuaikan antara model dengan data lapangan. Komponen vertikal dari medan pada observasi ke-i dan lokasi diberikan dengan persamaan:

$$F_z(\vec{r}_0) = \gamma \int_v \rho(\vec{r}) \frac{z - z_0}{|r - r_i|^3} dv \quad (2.57)$$

Keterangan:

$\rho(\vec{r})$ : distribusi rapat massa anomali

$\gamma$ : konstanta gayaberat Newton

Tujuan dari proses ini adalah menentukan densitas  $\rho$  secara langsung dari data gayaberat yang diberikan ( $F_z$ ). Sementara itu *error* atau ketidaksesuaian antar data diberikan oleh persamaan:

$$\Phi_d = ||W_d(d - d^{obs})||^2 \quad (2.58)$$

Keterangan:

$d^{obs} = (F_z1, \dots, F_zN)^T$  adalah vektor data

$d$  = data prediksi

$W_d$  = diagonal  $(1/\sigma_1, \dots, 1/\sigma_N)$  dan  $\sigma_i$  adalah standar deviasi datum ke- $i$ .

Model yang diterima adalah model yang menyebabkan  $\Phi_d$  yang cukup kecil. Dalam memperoleh sebuah model dengan teliti, fungsi obyektif densitas didefinisikan dan meminimalkan jumlah target untuk kecocokan data. Fungsi ini adalah fungsi yang tidak dapat berdiri sendiri namun secara umum kita memerlukan model yang memiliki densitas referensi ( $\rho_0$ ). Fungsi obyektif adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \Phi_m = & \alpha_s \int_v w_s w^2(z) (\rho - \rho_0)^2 dv + \alpha_x \int_v w_x \left( \frac{\partial w(z)(\rho - \rho_0)}{\partial x} \right) dv + \\ & \alpha_y \int_v w_y \left( \frac{\partial w(z)(\rho - \rho_0)}{\partial y} \right) dv + \alpha_z \int_v w_z \left( \frac{\partial w(z)(\rho - \rho_0)}{\partial z} \right) dv \end{aligned} \quad (2.59)$$

Dimana fungsi  $w_s$ ,  $w_x$ ,  $w_y$ , dan  $w_z$  merupakan fungsi bobot spasial dan  $\alpha_s$ ,  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ,  $\alpha_z$  merupakan koefisien yang mempengaruhi komponen relatif fungsi obyektif yang berbeda, dan  $w(z)$  adalah fungsi bobot kedalaman. Persamaan fungsi obyektif dapat digunakan untuk membangun banyak model yang berbeda. Fungsi dari  $w_s$  mengontrol model *final* terhadap model referensi. Sementara fungsi  $w_x$ ,  $w_y$ , dan  $w_z$  dapat didesain untuk meningkatkan struktur beberapa wilayah dalam domain model. Hasil dari model referensi dan keempat fungsi bobot 3D dapat ditambah dengan beberapa informasi lainnya berupa pengetahuan mengenai kontras densitas, data survei geofisika lainnya, maupun dari pemahaman mengenai geologi dan hubungannya dengan densitas. Jika hal

ini dilakukan, maka model yang dihasilkan memiliki *error* yang kecil yang dapat mewakili model bumi.