

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Fluida Dinamis

Fluida dinamis adalah konsep fluida yang meninjau tentang suatu fluida bergerak. Karena fluida berkaitan dengan suatu zat yang mengalir, maka dikenal dua jenis aliran dalam fluida. Aliran laminar adalah jenis aliran fluida yang tidak berpotongan antarpartikelnya. Aliran turbulen adalah aliran berupa lingkaran dan membentuk seperti pusaran air.

Berdasarkan kecepatan aliran partikel, aliran fluida dapat dibagi menjadi dua jenis

keadaan yaitu keadaan tunak dan keadaan tidak tunak. Suatu fluida dapat dikatakan tunak apabila kecepatan partikel akan selalu sama di setiap posisi. Kemudian, aliran fluida dikatakan tidak tunak apabila kecepatan di setiap posisi akan selalu berubah.

Berdasarkan perubahan massa jenis, aliran fluida dapat dibagi menjadi dua jenis keadaan yaitu keadaan termampatkan dan keadaan tidak termampatkan. Keadaan aliran fluida dapat dikatakan termampatkan apabila terjadi perubahan massa jenis ketika fluida tersebut diberikan sebuah gangguan. Sebaliknya, suatu fluida dapat dikatakan tidak termampatkan apabila diberi gangguan pada aliran fluida, massa jenis dari aliran fluida itu sendiri tidak akan berubah.

Berdasarkan tinjauan gerak, fluida terbagi menjadi dua jenis tinjauan, yaitu tinjauan Euler dan tinjauan Lagrange. Tinjauan Euler adalah tinjauan fluida yang mengamati gerak aliran fluida tanpa mengikuti gerak fluidanya sendiri. Sementara itu, tinjauan Lagrange adalah tinjauan fluida yang mengamati gerak aliran fluida dengan mengikuti gerak fluida tersebut. (Landau & Lifshitz, 1987)

Fluida dapat dikatakan ideal apabila memiliki sifat-sifat berikut :

- Tidak dapat ditekan
- Dapat bergerak dari satu posisi menuju posisi yang lain tanpa mengalami gesekan
- Memiliki aliran fluida yang stasioner
- Kecepatan partikel saat bergerak akan konstan pada penampang yang sama.

2.2 Persamaan Kontinuitas dengan Pendekatan Teorema Stokes

Dalam kasus fluida, dikenal suatu konsep pendekatan gerak yang bernama Prinsip Kontinuitas. Prinsip kontinuitas adalah kaidah dalam fluida yang menjelaskan bahwa fluida masuk akan sama dengan fluida yang keluar pada suatu penampang. Untuk itu, perlu dilakukan operasi matematis dengan menggunakan Teorema Stokes untuk menentukan Persamaan Kontinuitas. Mula-mula, kita perlu mengingat Persamaan Stokes untuk mencari integral garis sebagai berikut :

$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \iint \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.1)$$

Tinjau fluida yang memasuki ruang volume, menjadi :

$$m_{in} = \iiint \rho_{(r,t)} dV \quad (2.2)$$

Diferensialkan ruas kiri dan ruas kanan dari persamaan 2.2, menjadi :

$$\frac{dm_{in}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho_{(r,t)} dV \quad (2.3)$$

Kemudian, tulis hasil operasi persamaan diferensial 2.3, menjadi :

$$\frac{dm_{in}}{dt} = \iiint \frac{\partial \rho_{(r,t)}}{\partial t} dV \quad (2.4.)$$

Dengan menggunakan teorema Stokes (Schneiderbauer & Krieger, 2014), dihasilkan elemen permukaanya, maka :

$$\oint (\rho v) dA = \iiint v (\rho v) dV \quad (2.5)$$

Sehingga, kita dapat mengetahui jumlah fluida yang keluar, yaitu :

$$fluida\ in = fluida\ out \quad (2.6)$$

Dengan menggunakan Hukum Kekekalan Massa, dapat diasumsikan bahwa suatu fluida yang masuk akan bernilai sama dengan fluida yang keluar. Kemudian, lakukan operasi integrasi garis dan integrasi permukaan :

$$\iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \oint (\rho v) dA \quad (2.7)$$

Operasikan ruas kanan dengan melakukan penurunan diferensial, menjadi :

$$\iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \oint \nabla (\rho v) dA \quad (2.8)$$

atau :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho v = 0 \quad (2.9)$$

Persamaan 2.9 adalah persamaan kontinuitas berdasarkan tinjauan Euler, dengan ρv adalah rapat kontinuitasnya.

2.3 Pendahuluan tentang Aliran Lalu Lintas



Gambar 2.1. Aliran lalu lintas pada salah satu jalan tol (Sumber : Seibold, 2015)

Keadaan lalu lintas di jalan raya dibagi menjadi dua jenis, yaitu kepadatan kendaraan rendah dan kepadatan kendaraan tinggi. Saat kepadatan kendaraan rendah, keadaan jalan raya nampak lengang dan kendaraan dapat melaju hingga kecepatan maksimum. Tidak terjadi gelombang volume kendaraan yang menumpuk pada salah satu bagian jalan raya, dan tidak ada hambatan yang dialami kendaraan ketika melaju. Kemudian, saat terjadi kepadatan tinggi, jalan raya terlihat sangat padat di sepanjang jalan. Hal ini menyebabkan kendaraan tidak dapat berakselerasi dengan kecepatan maksimum, bahkan kecepatannya berkurang drastis. Kepadatan kendaraan tentu mengular di berbagai bagian jalan raya. Beberapa dampak akan dirasakan ketika terjadi kepadatan lalu lintas yang tinggi, seperti keadaan lalu lintas yang kacau karena pengemudi yang tidak sabar dalam menghadapi kemacetan, petugas lalu lintas yang disibukkan dengan mengatur lalu lintas, dan berbagai dampak yang lain. (Seibold, 2015)

Berbagai penelitian tentang lalu lintas sudah banyak dilakukan, dengan mengusulkan beberapa model rekayasa agar kepadatan lalu lintas dapat terurai. Salah satu penelitian yang sudah dilakukan adalah sebuah jurnal (Wibowo, Soesanti, & Widyawan, 2017). Kemacetan tidak bisa dianggap sebagai masalah yang sederhana, karena dampak yang ditimbulkan akan menyebar di berbagai lini. Kemacetan merupakan masalah serius yang dialami berbagai otoritas terkait. Sudah banyak kebijakan yang dilakukan, seperti besarnya anggaran yang dikeluarkan, mendatangkan ahli lalu lintas kelas dunia, dan berbagai terobosan-terobosan sudah dilakukan demi mengatasi masalah kemacetan. Namun, kemacetan akan terus terjadi dan terus menjadi masalah bagi otoritas di suatu wilayah tertentu.

2.4 Teori Model LWR

Persamaan LWR diinisiasi oleh Lighthill-Whitham-Richards. Ketiga ilmuwan tersebut mencoba mencari dan meneliti model matematis yang menjelaskan tentang aliran lalu lintas yang diadopsi dari persamaan kontinuitas pada fluida. Teori ini menggunakan Persamaan Kontinuitas sebagai berikut :

$$\rho_t + (\rho v_e(\rho))_x = 0 \quad (2.10)$$

Pada persamaan diatas, dapat dijelaskan bahwa kerapatan kendaraan pada suatu jalan raya, akan berbanding lurus dengan luas jalan raya itu sendiri. (Li, Nonlinear Dynamics of Traffic Jams, 2005) Ketika luas jalan raya lebih besar dari jumlah kendaraan, maka kerapatan kendaraan pada jalan raya tersebut rendah. Sebaliknya, ketika luas jalan raya lebih kecil dari jumlah kendaraan (*over capacity*), maka kerapatan kendaraan pada jalan raya tersebut tinggi. ρ_t adalah kerapatan kendaraan bergantung waktu, ρv_e adalah kerapatan kendaraan berdasarkan kecepatan. Waktu dan kecepatan ini adalah hasil dari pengaruh tinggi atau rendah nilai kerapatan kendaraan di jalan raya. (Seibold, 2015) Oleh karena itu, yang menjadi fokus utama penelitian ini adalah variabel ρ yang dideklarasikan dalam dua keadaan, yaitu variabel terikat dan variabel tidak terikat.

$$\rho_t + (\rho v_e(\rho))_x = 0 \quad (2.11)$$

Dalam keadaan tidak terikat, nilai ρ merupakan bentuk umum dari persamaan kontinuitas. Sementara itu, dalam keadaan yang tidak terikat, nilai ρ akan bergantung pada variabel kepadatan bergantung waktu, dan kerapatan bergantung posisi. Saat ρ dalam keadaan terikat bergantung waktu, bertambahnya kepadatan akan berdampak pada meningkatnya waktu yang dibutuhkan kendaraan dalam melaju, dan menghasilkan solusi kuadratik. Kemudian, dalam keadaan terikat bergantung posisi, kepadatan kendaraan akan terjadi saat berkurangnya panjang dan lebar jalan raya, dan menjadi solusi eksponensial.

2.4.1 Modifikasi Persamaan LWR saat Lalulintas belum terjadi Kepadatan

$$\rho_{(x,0)} = \rho_0(x) > 0 \quad (2.12)$$

Persamaan Umum LWR yang akan dimodifikasi. Modifikasi yang dilakukan adalah memasukkan variabel kecepatan dan kerapatan (Li, Nonlinear Dynamics of Traffic Jams, 2005)

Persamaan 2.12 adalah Persamaan LWR hasil modifikasi pertama. Proses ini berarti belum ada kepadatan kendaraan pada jalan raya yang tersedia. Jika diartikan dalam kalimat lain, proses ini adalah saat keadaan awal dimana keadaan lalu lintas belum terjadi hambatan atau kepadatan di jalan raya. Hal tersebut dapat ditunjukkan saat nilai ρ bernilai ρ_0 atau kerapatan awal.

2.4.2 Penentuan Nilai ρ

Konstanta ρ adalah nilai kerapatan kendaraan yang memadati jalan raya. Nilai ρ didapatkan dari penurunan persamaan diferensial biasa orde satu. Secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = v \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (2.13)$$

Persamaan 2.13 adalah persamaan ketika ruas kiri itu kerapatan dapat berubah seiring berjalannya waktu, dan ruas kanan adalah kecepatan konstan serta kerapatan kendaraan dapat berubah seiring bertambahnya jarak atau panjang lintasan. Kemudian,

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} = v \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{dx}{dx} \quad (2.14)$$

selesaikan persamaan 2.14 dengan menggunakan Aturan Rantai. Dari persamaan diatas, ruas kiri dapat diturunkan terhadap waktu, dan ruas kanan dapat diturunkan terhadap posisi. Sehingga kita perlu mencari nilai dari ρ dengan mengintegrasikan ruas kanan dan ruas kiri dari persamaan diatas, yang dituliskan sebagai berikut :

$$\int \frac{\partial \rho}{\partial x} dt = \int v \frac{\partial \rho}{\partial x} dt \quad (2.15)$$

Saat ρ dioperasikan dengan dx dan dt secara rantai, maka akan didapatkan hasil berikut.

$$\rho = \int v \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (2.16)$$

Dengan nilai v yang konstan, maka didapatkan hasil ρ .

$$\rho = \frac{1}{2}\rho^2 + C \quad (2.17)$$

Sehingga, didapatkan hasil integrasi dari nilai ρ . Jika di plot kan, maka akan didapat kurva yang eksponensial atau kuadratik. Nilai ρ disini adalah tidak terikat, atau merupakan variabel bebas.

2.4.3 Persamaan Kepadatan dengan Luas dan Waktu Ukur

Persamaan ini digunakan untuk menjelaskan hubungan antara kepadatan lalu lintas dengan waktu ukur dan luas jalan raya. Waktu ukur adalah selang waktu saat melakukan pengukuran jumlah kendaraan yang melintasi jalan raya dalam satuan sekon, dan luas jalan raya adalah nilai dimensi dari panjang dan lebar jalan raya yang diukur. Secara matematis, dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\rho = \frac{n}{L} \quad (2.18)$$

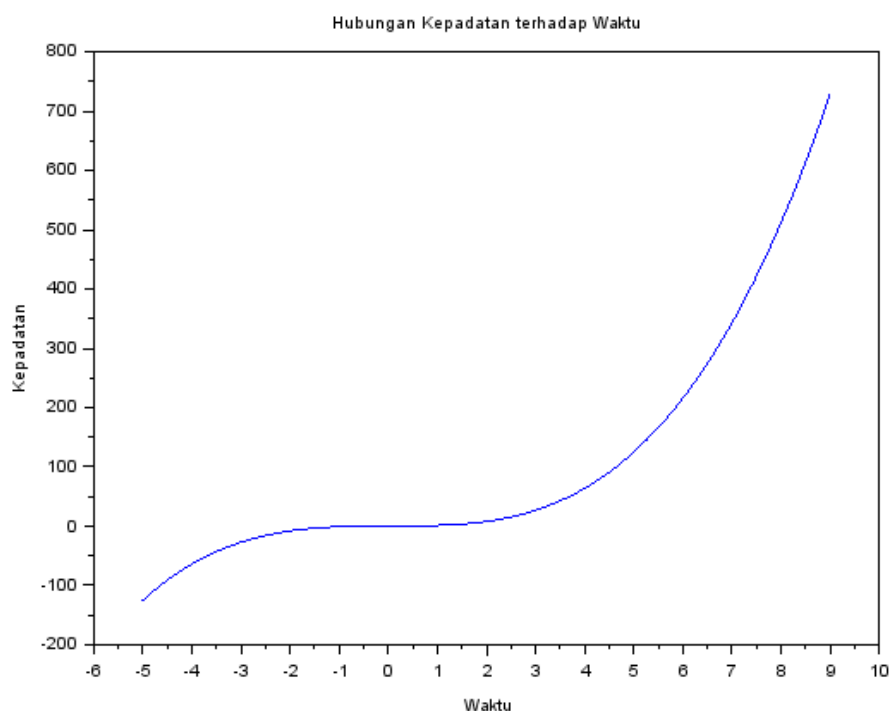
ρ adalah kerapatan jalan raya, n adalah jumlah kendaraan yang melintasi suatu jalan dalam satuan waktu, dan L adalah luas dimensi jalan (panjang x lebar). Persamaan ini dapat digunakan untuk mencari grafik perbandingan antara kepadatan dengan waktu ukur, serta kepadatan dengan luas dimensi jalan. Grafik tersebut dapat digunakan dalam menganalisis ruas jalan yang tersedia dapat menampung aliran lalu lintas, sehingga dapat digunakan oleh *stakeholder* sebagai acuan rencana pembangunan yang akan dilaksanakan pada waktu mendatang.

2.5 Dinamika Lalu Lintas

Dinamika lalu lintas yang akan ditinjau dalam penelitian ini adalah pengaruh kepadatan lalu lintas terhadap waktu ukur yang dihasilkan dalam bentuk grafik. Pada fase ini, akan digunakan data sekunder sebagai Persamaan yang akan digunakan sebagai model adalah :

$$\rho = A e^{-x^2} + B x^3 \quad (2.19)$$

Pada notasi diatas, nilai dari **A** dan **B** dapat diubah sesuai dengan deklarasi keadaan. Kemudian, ketelitian grafik pada notasi *linspace* (-5,9,200) juga dapat diubah. Misalkan kita menggunakan nilai **A = 1** dan **Y = 1**, dengan ketelitian grafik -5, 9, 200, grafik yang dihasilkan adalah :



Gambar 2.2. Grafik Kepadatan dengan persamaan contoh

$$\rho = A e^{-x^2} + B x^3$$

Grafik diatas adalah grafik perbandingan antara kepadatan lalu lintas berbanding dengan waktu pengukuran. Sumbu *x* atau sumbu horizontal adalah komponen kepadatan, dan sumbu *y* atau sumbu vertikal adalah komponen waktu pengukuran saat pengambilan data. Dari hasil grafik tersebut, diusulkan model intrapolasi dan pemberian gangguan di komponen kepadatan lalu lintas. Gangguan yang diberikan misalnya adalah jalan yang dipersempit dengan mengasumsikan jalan ditutup ketika ada pesta, sehingga kita bisa meramalkan puncak pergeseran grafik kepadatan lalu lintas. Pemberian gangguan tersebut diharapkan dapat memodelkan kepadatan lalu lintas dengan beberapa kondisi yang ditemukan di jalan raya.