

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang menggambarkan suatu permasalahan pada dunia nyata sebagai pernyataan matematika sehingga diperoleh pemahaman dari permasalahan tersebut menjadi lebih mudah. Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai model matematika. *Software* matematika yang paling penting dalam pemodelan yaitu penyusunan, analisis dan penggunaan model matematika. Terdapat beberapa jenis pendekatan pemodelan yang dapat digunakan dalam memformulasikan model matematika yaitu [4]:

a. Model Empiris

Pada model empiris, data yang berhubungan dengan permasalahan memiliki peran yang penting. Dalam pendekatan ini, gagasan yang utama adalah menyusun formula atau persamaan matematika yang dapat menghasilkan grafik terbaik untuk mencocokkan data.

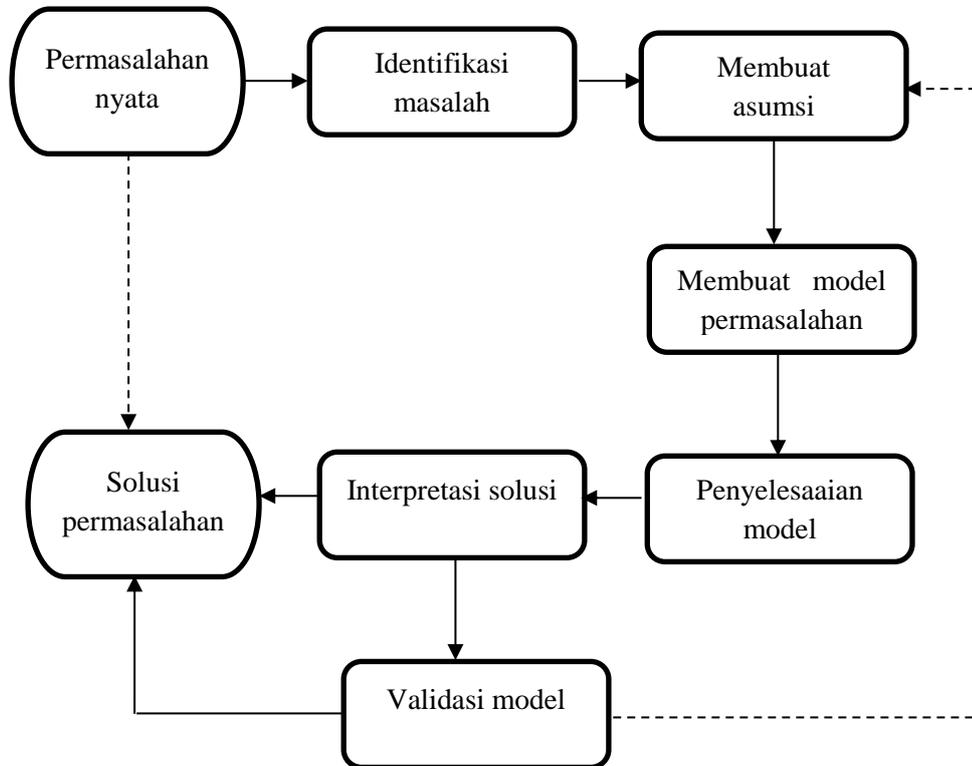
b. Model Simulasi

Pada model simulasi, program komputer didasarkan pada aturan-aturan. Aturan-aturan tersebut dipercaya untuk membentuk bagaimana suatu proses atau fenomena akan berjalan terhadap waktu dalam kehidupan nyata. Program komputer tersebut dijalankan terhadap waktu sehingga tergambar keterlibatan interaksi dari berbagai variabel dan komponen yang dikaji dan diuji.

c. Model Deterministik dan Stokastik

Model deterministik meliputi penggunaan persamaan atau himpunan persamaan untuk merepresentasikan hubungan antara berbagai komponen atau variabel suatu sistem atau permasalahan. Dalam model deterministik, variasi acak diabaikan. Suatu model yang mengambil variasi acak dikenal sebagai model stokastik, yang pada umumnya digunakan pendekatan secara probabilistik.

Terdapat beberapa tahapan dalam proses pemodelan matematika. Proses pemodelan dapat dinyatakan dalam diagram alir berikut [4]:



Gambar 2.1 Proses Pemodelan

Proses dimulai dengan mengamati suatu permasalahan pada dunia nyata, mengenali variabel-variabel yang terkait permasalahan, membuat asumsi yang diperlukan, membuat formulasi sehingga diperoleh model matematika, menerapkan teori yang sesuai untuk menyelesaikan model matematika dan menginterpretasikan hasil yang diperoleh. Selanjutnya dilakukan validasi terhadap model. Validasi dilakukan dengan mengecek apakah model tersebut memberikan hasil yang sesuai dengan kenyataan dan sesuai dengan asumsi yang telah dibuat. Jika tersedia data, validasi dilakukan dengan membandingkan data. Jika ternyata hasil belum disetujui, maka dapat dilakukan refinari/penghalusan model dengan mengulangi langkah 2 dan seterusnya. Setelah hasil disetujui, dilakukan penafsiran hasil yang diperoleh menjadi informasi yang diperlukan sebagai solusi permasalahan.

2.2 Program Linear

Program linear merupakan teknik aplikasi dari matematika yang dikembangkan oleh George B. Dantzig pada tahun 1947. Kata program merupakan sinonim untuk model perencanaan sedangkan linear berarti bahwa seluruh persamaan atau pertidaksamaan matematis dari permasalahan harus bersifat linear. Program linear mencakup perencanaan kegiatan untuk mencapai hasil yang optimal, yaitu suatu hasil yang mencerminkan tercapainya sasaran atau tujuan tertentu dengan paling baik. Dengan demikian pemrograman linear merupakan proses penyusunan program linear yang solusinya menjadi dasar bagi pengambilan keputusan terhadap permasalahan dunia nyata yang dimodelkan atau diprogramlinearkan [5].

Program linear berkaitan dengan penjelasan permasalahan dunia nyata sebagai suatu model matematika yang terdiri atas sebuah fungsi tujuan. Definisi sederhana dari program linear adalah suatu cara/teknik *software* matematika untuk menyelesaikan masalah pengalokasian sumber daya terbatas diantara beberapa aktivitas, yang bertujuan untuk memaksimalkan atau meminimumkan dengan dibatasi oleh kendala tertentu, atau dikenal juga dengan teknik optimalisasi dan sistem kendala linear [5].

2.2.1 Formulasi Model Program Linear

Langkah yang paling menentukan dalam program linear adalah memformulasikan model program linear. Dalam membangun model dari formulasi permasalahan yang ada akan digunakan beberapa unsur dalam penyusunan program linear yaitu perumusan variabel keputusan, fungsi tujuan, fungsi kendala/pembatas dan batasan variabel [5].

a. Variabel Keputusan

Variabel keputusan adalah variabel yang mempengaruhi keputusan-keputusan yang akan dibuat dalam pencapaian solusi optimal. Kesalahan dalam menentukan variabel keputusan akan menyebabkan kesalahan pengambilan keputusan dan solusi yang dicapai tidak optimal. Untuk itu diperlukan pemahaman yang baik tentang

karakteristik permasalahan nyata yang akan disusun menjadi model program linear. Berdasarkan karakteristiknya, program linear dapat dikategorikan menjadi beberapa kelas permasalahan meliputi: proses produksi, penganggaran, program diet, penjadwalan, perencanaan keuangan jangka pendek, masalah pencampuran, transportasi, penugasan dan pengiriman.

b. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan merupakan fungsi yang menggambarkan tujuan yang ingin dicapai dalam permasalahan program linear yang berkaitan dengan pemanfaatan sumberdaya secara optimal untuk memperoleh keuntungan maksimum atau penggunaan biaya minimum.

c. Fungsi Kendala/Pembatas

Fungsi kendala/pembatas merupakan bentuk rumusan kendala yang dihadapi dalam mencapai tujuan. Kendala tersebut biasanya terkait keterbatasan sumber daya yang dimiliki dalam mencapai tujuan yang telah dirumuskan.

d. Batasan Variabel

Batasan variabel menggambarkan wilayah variabel. Jumlah sumber daya yang tersedia untuk persoalan ini tidak boleh bernilai negatif.

Contoh: $x_{ij} \geq 0$; untuk $i = 1, 2, \dots, m$ dan $j = 1, 2, \dots, n$

2.2.2 Bentuk Umum Program Linear

Secara umum, bentuk program linear dapat dituliskan [2]:

Fungsi Tujuan (*objective function*):

$$\text{Maksimum/minimum } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2.1)$$

Fungsi kendala (*constraint function*):

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1j}x_j \leq \text{atau} \geq b_1 \quad (2.2)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2j}x_j \leq \text{atau} \geq b_2 \quad (2.3)$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ij}x_j \leq \text{atau} \geq b_i \quad (2.4)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots x_j \geq 0 \quad (2.5)$$

dengan:

Z = fungsi tujuan

x_j = variabel keputusan pada variabel ke- j

a_{ij} = koefisien sisi kiri pada kendala ke- i dan variabel ke- j

b_i = koefisien sisi kanan pada kendala ke- i

c_j = koefisien fungsi tujuan pada variabel ke- j

i, j = batasan variabel

Contoh: Seorang manajer di perusahaan penghasil kerajinan tangan mempekerjakan pengrajin untuk membuat piring dan gelas. Sumberdaya yang diperlukan adalah tanah liat dan pekerja. Manajer tersebut ingin memperoleh keuntungan maksimum dari piring dan gelas yang diproduksi. Selesaikan permasalahan dengan data pada Tabel 2.1 menggunakan program linear.

Tabel 2.1 Contoh Permasalahan

Produk	Jam kerja / unit produk (jam)	Tanah liat / unit produk (pon)	Laba / unit produk (rupiah)
Piring	1	2	800
Gelas	4	3	1000
Persediaan per hari	40	120	

Penyelesaian:

1. Menentukan fungsi tujuan dan fungsi kendala

Misal:

x_1 = banyak piring (unit) yang diproduksi setiap hari

x_2 = banyak gelas (unit) yang diproduksi setiap hari

Fungsi tujuan:

memaksimumkan $Z = 800 x_1 + 1000x_2$

Fungsi kendala:

a. Pekerja : $x_1 + 2x_2 \leq 40$

b. Persediaan tanah liat : $4x_1 + 3x_2 \leq 120$

c. Variabel non-negatif : $x_1 \geq 0$ dan $x_2 \geq 0$

2. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala kebentuk standar untuk tabel simpleks awal

$$Z - 800x_1 - 1000x_2 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 + t_1 = 40$$

$$4x_1 + 3x_2 + t_2 = 120$$

3. Membuat tabel simpleks awal dan melakukan iterasi

Tabel simpleks awal dari permasalahan tersebut yaitu:

Tabel 2.2 Tabel Simpleks Contoh Soal

Variabel bebas	Z	x_1	x_2	t_1	t_2	RK
Z	2	-800	-1000	0	0	0
t_1	0	1	2	1	0	40
t_2	0	4	3	0	1	120

Setelah membuat tabel awal, tahap berikutnya yaitu melakukan iterasi dengan menentukan kolom kunci yang memiliki nilai pada baris Z negatif terbesar, kemudian menentukan baris kunci dengan nilai NK/X terkecil. Setelah kolom *cell* didapatkan, tahap selanjutnya adalah melakukan perhitungan iterasi sehingga didapatkan hasil optimal pada Tabel 2.4.

Tabel 2.3 Tabel Simpleks Contoh Soal

Variabel bebas	Z	x_1	x_2	t_1	t_2	RK	RK/X
Z	1	-800	-1000	0	0	0	0
t_1	0	1	2	1	0	40	20
t_2	0	4	3	0	1	120	30

Tabel 2.4 Tabel hasil iterasi

Variabel bebas	Z	x_1	x_2	t_1	t_2	RK
Z	1	0	-1000	680	300	27200
x_2	0	0	1	0	0	8
x_1	0	1	0	0.6	0.4	24

Berdasarkan Tabel 2.4 diperoleh hasil optimal Rp 27.200 dengan solusi optimal variabel $x_1 = 24$ dan $x_2 = 8$. Hasil tersebut artinya keuntungan maksimum sebesar Rp 27.200 dapat diperoleh dengan memproduksi 24 unit piring dan 8 unit gelas.

2.2.3 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas adalah suatu cara atau metode yang menyelidiki apakah akan terjadi perubahan pada solusi optimal jika koefisien pada fungsi tujuan ataupun koefisien pada ruas kanan diubah. Selain itu, perubahan dapat juga dilakukan dengan memasukkan kendala baru ataupun variabel baru pada masalah awal. Tujuan dari analisis sensitivitas adalah menentukan kelenturan solusi optimal yang telah diperoleh dari masalah awal terhadap masalah baru yang merupakan modifikasi dari masalah awal. Modifikasi dalam analisis sensitivitas dapat dilakukan pada:

- a. Nilai koefisien fungsi objektif
- b. Nilai ruas kanan
- c. Penambahan peubah baru
- d. Penambahan kendala baru.

Seberapa sensitif solusi optimal yang telah dicapai terhadap perubahan-perubahan yang terjadi disebut juga analisis parameter. Analisis sensitivitas adalah persoalan yang timbul setelah solusi optimal tercapai. Analisis sensitivitas akan menyelidiki bagaimana perubahan pada parameter input (fungsi tujuan, ruas kanan ataupun perubahan kendala) akan berakibat terhadap solusi optimal [2].

2.3 Syarat Mutu Pakan Ayam Pedaging

Untuk penyusunan model matematika pakan ayam pedaging, perlu dilakukan analisis terhadap faktor-faktor yang mempengaruhi kualitas pakan ayam pedaging. Faktor-faktor tersebut diantaranya persyaratan kualitas pakan ayam pedaging dan kandungan nutrisi masing-masing bahan baku. Formulasi pakan ayam harus disesuaikan dengan kebutuhan nutrisi sesuai tahap perkembangannya. Pakan ayam pedaging terbagi menjadi 3 jenis berdasarkan tahap perkembangannya, yaitu pakan ayam ras pedaging sebelum masa awal untuk ayam usia 1 – 7 hari [6], pakan ayam ras pedaging masa awal untuk ayam usia 8 – 21 hari [7] dan pakan ayam ras pedaging masa akhir untuk ayam usia 22 hari hingga di panen [8]. Kebutuhan nutrisi ayam pedaging sesuai tahap perkembangannya disajikan pada Tabel 2.5.

Tabel 2.5 Syarat Mutu Pakan Ayam Pedaging

No	Parameter	Satuan	Persyaratan		
			Sebelum masa awal (1-7 hari)	Masa awal (8-21 hari)	Masa akhir (22 hari – panen)
1	Kadar air	%	Maks. 14	Maks. 14	Maks. 14
2	Protein kasar	%	Min. 22	Min. 20	Min. 19
3	Lemak kasar	%	Maks. 5	Maks. 5	Maks. 5
4	Serat kasar	%	Maks. 4	Maks. 5	Maks. 6
5	Abu	%	Maks. 8	Maks. 8	Maks. 8
6	Kalsium (Ca)	%	0,8 – 1,1	0,8 – 1,1	0,8 – 1,1
7	Fosfor (P) total menggunakan enzim fitase \geq 400 FTU/Kg	%	Min. 0,5	Min. 0,5	Min. 0,45
	Tanpa enzim fitase	%	Min. 0,6	Min. 0,6	Min. 0,5
8	Aflatoxin	μ g/Kg	Maks. 40	Maks. 50	Maks. 50
9	Energi termetabolis (EM)	Kkal/kg	Min. 2900	Min. 3000	Min. 3100
10	Asam amino				
	- Lisin	%	Min. 1,3	Min. 1,2	Min. 1,05
	- Metionin	%	Min. 0,5	Min. 0,45	Min. 0,4
	- Metionin + sistin	%	Min. 0,9	Min. 0,8	Min. 0,75
	Triptofan	%	Min. 0,2	Min. 0,19	Min. 0,18
	Treonin	%	Min. 0,2	Min. 0,75	Min. 0,65

Berdasarkan Tabel 2.5 dapat diketahui bahwa pakan ayam pedaging terbagi menjadi 3 jenis sesuai tahap perkembangannya. Kebutuhan nutrisi yang diperlukan ayam pedaging berbeda sesuai tahap perkembangannya, sehingga penggunaan bahan baku harus disesuaikan dengan kebutuhan nutrisi tersebut. Kebutuhan air, lemak kasar, abu dan kalsium sama untuk semua jenis pakan. Sedangkan kebutuhan protein kasar, fosfor dan asam amino menurun semakin besar usia ayam. Sementara itu, kebutuhan serat kasar, aflatoksin dan energi termetabolisis semakin tinggi seiring semakin besar usia ayam pedaging. Syarat mutu yang akan digunakan sebagai kendala pada Tugas Akhir ini hanya sebanyak 7 jenis karena energi termetabolisis merupakan energi tercerna yang dapat diukur setelah pakan jadi dan asam amino merupakan pecahan dari protein. Persyaratan kadar nutrisi aflatoksin akan digunakan untuk bagian analisis sentivitas dengan penambahan kendala baru pada model.

2.4 Bahan Baku Pakan

Bahan baku yang digunakan untuk membuat pakan ayam pedaging terdiri dari jagung, bekatul, tepung gapek, tepung ikan, kedelai, bungkil kelapa, ampas tahu, tepung daun pepaya, bungkil biji kapuk, tepung bulu unggas dan tepung darah. Data nutrisi bahan baku bersumber dari SNI dan situs web diaryfeed.ipb.ac.id. Adapun kandungan nutrisi pada masing-masing bahan baku yaitu:

1. Jagung

Jagung merupakan salah satu tanaman pangan sumber karbohidrat yang banyak diproduksi di Indonesia. Nutrisi yang terkandung dalam jagung yaitu:

Tabel 2.6 Jagung

No	Parameter	Syarat (%)
1.	Kadar air	14
2.	Protein kasar	7.5
3.	Lemak kasar	3
4.	Serat kasar	2

5.	Abu	3
6.	Aflatoksin	50 (µg/Kg)

2. Bekatul

Bekatul merupakan salah satu hasil samping penggilingan padi. Nutrisi yang terkandung dalam tepung bekatul yaitu:

Tabel 2.7 Bekatul

No	Parameter	Syarat (%)
1.	Kadar air	8.09
2.	Protein kasar	14.5
3.	Lemak kasar	7.4
4.	Serat kasar	7.4
5.	Abu	7
6.	Kalsium	0.1
7.	Fosfor	0.8

3. Tepung gaplek

Gaplek adalah ubi singkong yang dikupas dan dikeringkan sebagai bahan baku tapioka. Nutrisi yang terkandung dalam gaplek yaitu:

Tabel 2.8 Tepung Gaplek Bahan Baku Pakan

No	Parameter	Syarat (%)
1.	Kadar air	12
2.	Protein kasar	1.025
3.	Lemak kasar	0.32
4.	Serat kasar	3.34
5.	Abu	1.5
6.	Kalsium	2.5
7.	Fosfor	0.09

4. Tepung ikan

Tepung ikan merupakan salah satu bahan pakan sumber protein hewani. Nutrisi yang terkandung dalam tepung ikan yaitu:

Tabel 2.9 Tepung Ikan

No	Parameter	Syarat (%)
1.	Kadar air	10
2.	Protein kasar	65
3.	Lemak	8
4.	Serat kasar	1.5
5.	Abu	20
6.	Fosfor	1.6

5. Kedelai

Kedelai merupakan salah satu bahan pakan yang memiliki protein cukup tinggi. Nutrisi yang terkandung dalam kedelai yaitu:

Tabel 2. 10 Kedelai

No	Parameter	Syarat (%)
1.	Protein kasar	41.2
2.	Lemak kasar	17.6
3.	Serat kasar	7.91
4.	Abu	7.74
5.	Kalsium	0.39
6.	Fosfor	0.84

6. Bungkil kelapa

Bungkil kelapa merupakan limbah dari pembuatan minyak kelapa yang dapat digunakan sebagai pakan ternak. Nutrisi yang terkandung dalam bungkil kelapa yaitu:

Tabel 2.11 Bungkil Kelapa

No	Parameter	Syarat (%)
1.	Kadar air	12
2.	Protein kasar	18
3.	Lemak kasar	1.2
4.	Serat kasar	14
5.	Abu	7
6.	Fosfor	0.04
7.	Aflatoksin (maks) $\mu\text{g}/\text{Kg}$	100 ($\mu\text{g}/\text{Kg}$)

7. Ampas tahu

Ampas tahu merupakan limbah pembuatan tahu yang berasal dari kedelai. Nutrisi yang terkandung dalam bungkil kelapa yaitu:

Tabel 2.12 Ampas Tahu

No	Parameter	Syarat (%)
1.	Kadar air	5.63
2.	Protein kasar	21
3.	Lemak kasar	6.12
4.	Abu	0.8
5.	Kalsium	0.25
6.	Fosfor	1.8

8. Tepung daun pepaya

Tepung daun pepaya merupakan hasil pengolahan dari daun pepaya yang kaya akan manfaat. Nutrisi yang terkandung dalam tepung daun pepaya yaitu:

Tabel 2.13 Tepung Daun Pepaya

No	Parameter	Syarat (%)
1.	Kadar air	10.2
2.	Protein kasar	30.2
3.	Serat kasar	5.6
4.	Abu	8.45
5.	Kalsium	0.52

9. Bungkil biji kapuk

Bungkil biji kapuk merupakan bahan pakan limbah pengolahan minyak biji kapuk yang mengandung protein cukup tinggi. Nutrisi yang terkandung dalam bungkil biji kapuk yaitu:

Tabel 2.14 Bungkil Biji Kapuk

No	Parameter	Syarat (%)
1.	Protein kasar	29.6
2.	Lemak kasar	7.58
3.	Abu	7.54
4.	Fosfor	0.58

10. Tepung bulu unggas

Tepung bulu unggas merupakan salah satu sumber protein yang cukup tinggi. Kandungan protein dalam tepung bulu unggas sekitar 90 %. Akan tetapi protein dalam tepung bulu unggas memiliki pencernaan yang rendah.

11. Tepung darah

Tepung darah merupakan bahan pakan yang berasal dari limbah pemotongan hewan. Nutrisi yang terkandung dalam tepung darah yaitu

Tabel 2.15 Tepung Darah Bahan Baku Pakan

No	Parameter	Syarat (%)
1.	Protein kasar	80
2.	Lemak kasar	1.6
3.	Serat	1
4.	Kalsium	0.12

Bahan baku yang akan digunakan untuk optimisasi bahan baku pakan ayam pedaging hanya sebanyak enam jenis bahan baku karena enam bahan baku tersebut memiliki kandungan nutrisi yang cukup lengkap sesuai kebutuhan pakan ayam pedaging. Bahan baku yang digunakan antara lain jagung, bekatul, tepung galek, tepung ikan, kedelai dan bungkil kelapa. Ampas tahu akan digunakan pada analisis sensitivitas penambahan variabel baru.