

BAB III

HASIL SIMULASI NUMERIK PADA TOPOGRAFI DASAR RATA

Penyelesaian numerik persamaan air dangkal linear pada penelitian ini menggunakan metode FTCS (*Forward Time – Centered Space*) dan FTCS yang dimodifikasi untuk kasus topografi dasar rata / tanpa topografi dasar, yang terlebih dahulu menentukan syarat awal, syarat batas kiri dan syarat batas absorbing kanan serta syarat kestabilan.

3.1 Hasil Simulasi Metode FTCS

Dari subbab 2.3.1 telah didapatkan bahwa skema metode FTCS tidak stabil dimana-mana. Hal ini akan dibuktikan melalui simulasi sebagai berikut:

Asumsi syarat awal dan kondisi batas yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan ini yaitu:

- Syarat awal yang digunakan,

$$\begin{aligned}\eta(x, 0) &= 0 \\ u(x, 0) &= 0\end{aligned}\tag{3.1}$$

- Syarat batas kiri yang digunakan,

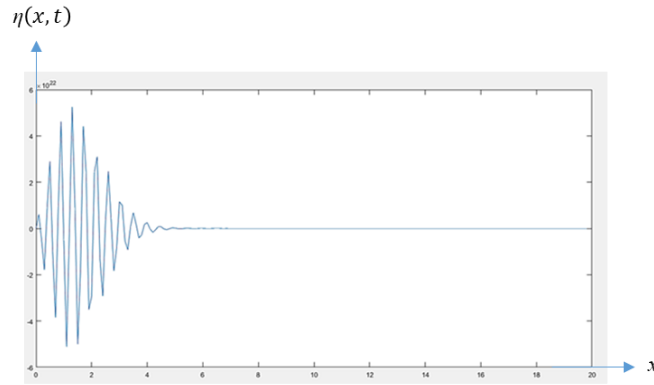
$$\begin{aligned}\eta(0, t) &= \sin 6t \\ u(0, t) &= \sqrt{\frac{g}{d}} \eta(0, t)\end{aligned}\tag{3.2}$$

- Syarat batas kanan yang digunakan,

$$\eta(L, t) = 0$$

$$u(L, t) = 0 \quad (3.3)$$

Dengan menggunakan syarat awal (3.1) dan syarat batas (3.2) serta parameter $0 \leq x \leq 20$, $0 \leq t \leq 2$ dan $g = 10, d = 10, \Delta x = 0,1$ serta $\Delta t = \frac{\frac{1}{2}\Delta x}{\sqrt{gd}}$, diperoleh hasil simulasi:



Gambar 3.1. Simulasi Persamaan (2.9) dan (2.10) saat $t = 2$ dengan nilai awal $\eta(x,0) = 0$, $\eta(0,t) = \sin 6t$ dan nilai $\Delta x = 0,1$ serta $\Delta t = 0.005$

Pada Gambar 3.1 terlihat bahwa hasil simulasi persamaan air dangkal Linear menggunakan metode FTCS dengan parameter dan kondisi syarat awal serta syarat batas yang telah digunakan, menunjukkan fenomena gelombang yang muncul tidak sesuai yang diharapkan. Seperti yang telah diketahui, gelombang merupakan suatu usikan (getaran) yang bergerak dari satu tempat ke tempat lain tanpa melewati media perantara seperti ruang hampa. Bentuk ideal dari suatu gelombang akan mengikuti gerak sinusoidal. Lebih jauh lagi, hasil dari syarat batas kiri yang digunakan diketahui bahwa amplitudo gelombang datang adalah satu, sehingga tanpa gangguan apapun seharusnya gelombang merambat dengan amplitudo satu. Tetapi pada hasil simulasi yang diperoleh gelombang yang datang mengalami kenaikan yang tinggi dengan amplitudo mencapai 3×10^{26} , sehingga menghasilkan simulasi yang tidak stabil pada skema numerik metode FTCS tanpa modifikasi.

Oleh karena itu, akan dilakukan modifikasi untuk skema numerik metode FTCS yang akan ditunjukkan pada hasil simulasi di bawah ini.

3.2 Hasil Simulasi Metode FTCS dengan Modifikasi

Solusi persamaan air dangkal linear pada metode FTCS dengan modifikasi memiliki syarat kestabilan $\frac{\Delta t}{\Delta x} \sqrt{gd} \leq 1$, sehingga persamaan (2.9) dan (2.11) akan stabil. Hal ini dibuktikan melalui simulasi sebagai berikut dengan mengambil asumsi syarat awal dan kondisi batas yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan ini yaitu:

- Syarat awal yang digunakan,

$$u(x, 0) = 0$$

$$\eta(x, 0) = 0$$

- Syarat batas kiri yang digunakan,

$$\eta(0, t) = \sin 6t$$

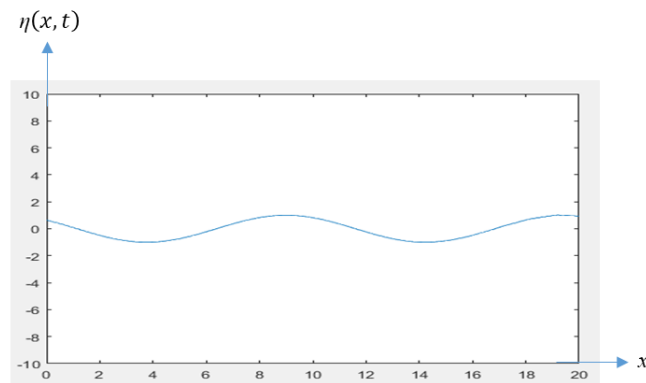
$$u(0, t) = \sqrt{\frac{g}{d}} \eta(0, t)$$

Syarat batas kanan yang digunakan merupakan syarat batas serap yang diperoleh dari hubungan persamaan air dangkal pada titik *grid* spasial sebelumnya, sehingga menghasilkan persamaan sebagai berikut:

$$u(Nx, n + 1) = \sqrt{\frac{g}{d}} \times \eta(Nx - 1, n + 1)$$

$$\eta(Nx, n + 1) = \sqrt{\frac{d}{g}} \times u(Nx - 1, n)$$

Dengan syarat awal (3.1) dan syarat batas (3.2) serta parameter $0 \leq x \leq 20$, $0 \leq t \leq 2$, $g = 10$, $d = 10$, $\Delta x = 0,1$ dan $\Delta t = \frac{\frac{1}{2}\Delta x}{\sqrt{gd}}$, diperoleh hasil simulasi sebagai berikut:



Gambar 3.2. Simulasi Persamaan (2.9) dan (2.11) saat $t = 2$ dengan nilai awal $\eta(x, 0) = 0$, $\eta(0, t) = \sin 6t$ dan nilai $\Delta x = 0,1$ serta $\Delta t = 0.01$

Pada Gambar 3.2 terlihat bahwa hasil simulasi persamaan air dangkal Linear menggunakan metode FTCS dengan parameter dan kondisi syarat awal serta syarat batas yang telah digunakan, menunjukkan bahwa gelombang yang muncul sesuai yang diharapkan. Pada gambar tersebut dapat dilihat bahwa gelombang mengikuti bentuk ideal gelombang yakni gerak sinusoidal. Hasil simulasi tersebut menunjukkan bahwa syarat batas absorbing kanan merupakan syarat batas serap gelombang, sehingga gelombang yang bergerak dari kiri akan diteruskan ke kanan atau gelombang tersebut tidak kembali lagi ke kiri. Gambar 3.2 juga memberikan informasi bahwa amplitudo gelombang yang datang adalah $A = 1$, sesuai dengan informasi pada $\eta(0, t) = \sin 6t$. Hasil simulasi memperlihatkan bahwa gelombang merambat dengan amplitudo tetap yakni $A = 1$. Hal ini berarti hasil simulasi menggunakan skema numerik FTCS yang telah dimodifikasi disertai penggunaan kondisi syarat batas, syarat awal, serta parameter yang memenuhi syarat kestabilan, akan memberikan hasil simulasi yang sesuai.