

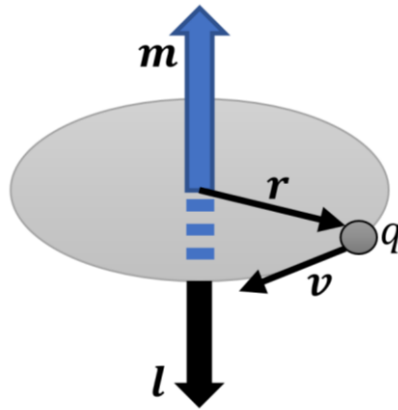
BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Interaksi Magnetik

2.1.1 Momen Magnet

Momen magnetik ($\mathbf{m}$) merupakan besaran vektor yang arahnya sejajar dengan medan magnet yang timbul karena *loop* arus (i) dan tegak lurus terhadap bidang *loop* seperti pada Gambar 2.1 [11].



Gambar 2.1. Momen magnet yang dihasilkan oleh muatan elektron $q = -e$ dengan jari-jari r , kecepatan tangensial $\mathbf{v}$ dan kecepatan angular ω . Pada elektron, arah momentum angular $\mathbf{l}$ berlawanan dengan arah momen magnet (digambar ulang dari [11]).

Pada Gambar 2.1, dapat kita asumsikan bahwa elektron bergerak mengelilingi area S , di mana akan menghasilkan arus i . Persamaan momen magnetik adalah sebagai berikut,

$$d\mathbf{m} = i dS \quad (2.1)$$

$$\mathbf{m} = \int d\mathbf{m} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{m} = i \int dS \quad (2.3)$$

di mana, energi momen magnetiknya adalah sebagai berikut:

$$E_m = -\mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}, \quad (2.4)$$

di mana, $\mathbf{m}$ = momen magnetik, E_m = energi momen magnetik, $\mathbf{H}$ = medan magnet eksternal, dan μ_0 = konstanta permeabilitas ruang hampa [12].

2.1.2 Magnetisasi

Magnetisasi adalah kumpulan momen magnet sebanyak N dalam sebuah volume. Magnetisasi didefinisikan sebagai jumlah momen magnetik yang terkandung dalam suatu bahan tiap satuan volume seperti pada persamaan (2.5).

$$\mathbf{M} = \frac{N}{V} \mathbf{m} . \quad (2.5)$$

Magnetisasi merupakan tingkat respons suatu bahan ketika dikenai medan magnet eksternal ($\mathbf{H}$). Hubungan antara magnetisasi ($\mathbf{M}$) terhadap medan magnetik ($\mathbf{H}$) dan induksi magnetik ($\mathbf{B}$) dinyatakan sebagai berikut,

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) . \quad (2.6)$$

Ketika suatu bahan feromagnetik dikenai medan magnet, maka magnetisasi akan terus meningkat hingga pada nilai $\mathbf{H}$ tertentu akan meningkat secara perlahan. Pada keadaan ini, magnetisasi bahan dikatakan dalam keadaan tersaturasi dan semua momen magnet yang terkandung dalam bahan memiliki arah sejajar terhadap medan eksternal $\mathbf{H}$. Nilai magnetisasi saat kondisi arah magnetisasi sejajar terhadap medan eksternal disebut dengan saturasi magnetisasi ($\mathbf{M}_s$) [12].

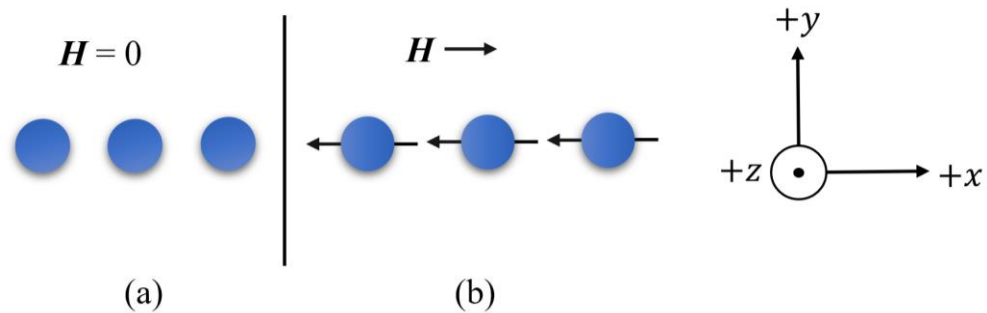
2.1.3 Klasifikasi Sifat Kemagnetan

Setiap elektron di dalam sebuah atom memiliki momen magnet spin dan orbital yang tergabung secara vektor. Jika kombinasi dari semua momen magnet tersebut menghasilkan medan magnet, maka materialnya akan bersifat magnetik. Ada tiga jenis material berdasarkan nilai suseptibilitas, yaitu: diamagnetik, paramagnetik, dan feromagnetik [13].

2.1.3.1 Diamagnetik

Diamagnetik merupakan bahan material yang memiliki momen magnet sama dengan nol. Bahan material ini akan memiliki momen magnet yang lemah ketika dikenai medan magnet eksternal. Contoh bahan diamagnetik adalah emas (Au), natrium klorida (NaCl), seng (Zn) dan lain-lain. Arah momen magnet yang lemah

ketika didekatkan medan magnet tersebut mengakibatkan arah magnetisasi menunjukkan sifat tolak-menolak seperti pada Gambar 2.2 [13].



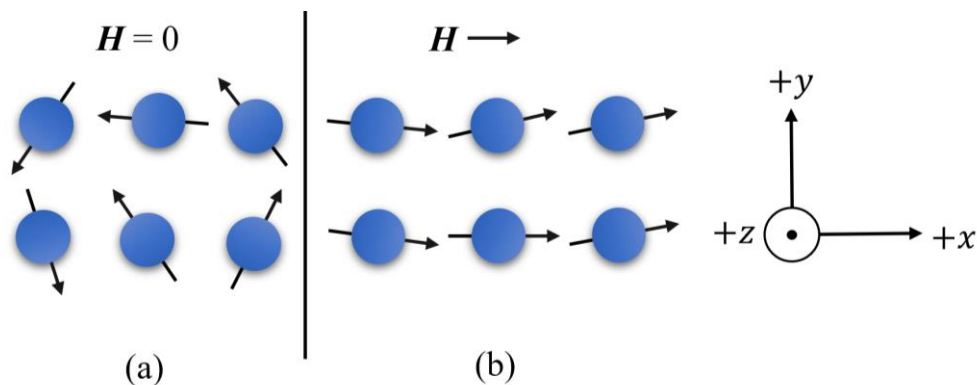
Gambar 2.2. (a) Bahan diamagnetik ketika tidak diberi medan magnet eksternal dan (b) diberi medan magnet eksternal (digambar ulang dari [13]).

2.1.3.2 Paramagnetik

Paramagnetik merupakan bahan material yang memiliki momen magnet dengan arah acak. Momen magnet yang acak ini akan searah ketika dikenai medan magnet eksternal. Contoh bahan paramagnetik adalah aluminium (Al), tembaga (Cu), platina (Pt) dan lain-lain. Besar nilai magnetisasi pada suatu bahan paramagnetik ditentukan oleh besar konstanta material Curie (C), medan magnet eksternal (H), dan temperatur Curie material tersebut (T). melalui hukum Curie yang ditunjukkan pada persamaan (2.7).

$$M = C \frac{H}{T_C} \quad (2.7)$$

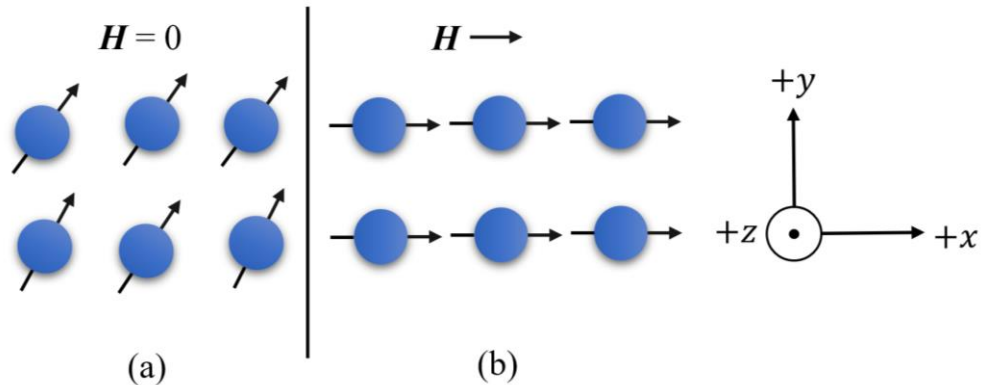
Ketika medan magnet eksternal tidak dialirkan, maka bahan ini akan memiliki arah yang acak seperti pada Gambar 2.3 [13].



Gambar 2.3. (a) Bahan paramagnetik ketika tidak diberi medan magnet eksternal dan (b) diberi medan magnet eksternal (digambar ulang dari [13]).

2.1.3.3 Feromagnetik

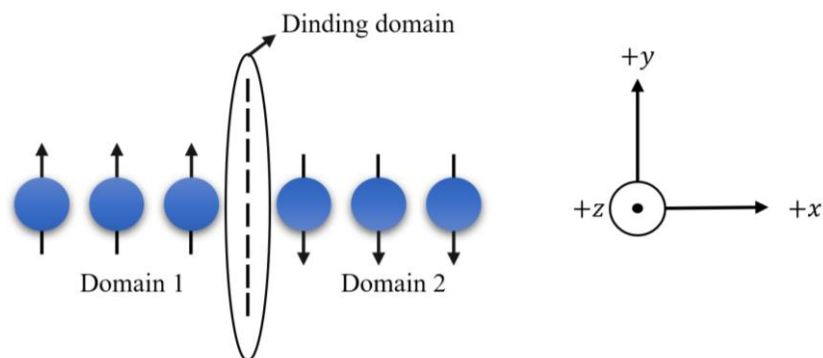
Feromagnetik merupakan bahan material yang memiliki momen magnet dengan arah yang searah. Contoh bahan feromagnetik adalah besi (Fe), nikel (Ni), kobalt (Co) dan lain-lain. Momen magnet yang searah ini ketika dikenai medan magnet eksternal akan mempertahankan arah magnetisasinya sampai besar medan magnet tertentu seperti pada Gambar 2.4 [13].



Gambar 2.4. (a) Bahan feromagnetik ketika tidak diberi medan magnet eksternal, dan (b) diberi medan magnet eksternal (digambar ulang dari [13]).

2.1.4 Domain dan Dinding Domain

Domain adalah sekumpulan atom yang memiliki arah magnetisasi yang sama. Dinding domain adalah antarmuka di antara daerah di mana magnetisasi spontan memiliki arah yang berbeda. Pada atau di dalam dinding, magnetisasi harus berubah arah dari satu arah kristalografi ke arah yang lainnya.

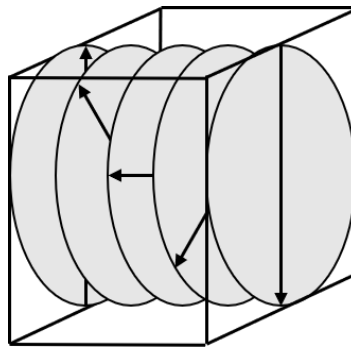


Gambar 2. 5 Dinding domain (digambar ulang dari [13]).

Sederet atom ditampilkan, sejajar dengan sumbu x , dengan dinding domain berada pada bidang yz , sumbu lingannya (*easy axis*) adalah $+y$. Tetapi pertukaran energi dalam feromagnetik adalah minimum hanya jika putaran yang berdekatan sejajar.

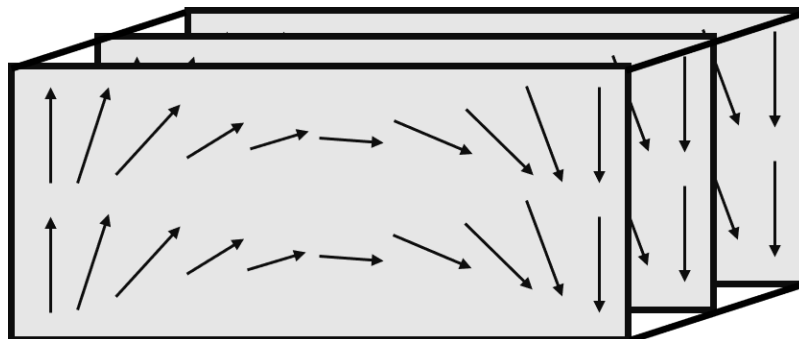
Oleh karena itu, dinding pada Gambar 2.5 akan memiliki energi pertukaran yang berkaitan dengannya besar, karena putaran yang berdekatan dengan dinding bersifat anti paralel [14].

Konsep dinding domain magnetik dalam material magnetik dinyatakan oleh Felix Bloch pada tahun 1927 yang menjelaskan dinding domain adalah daerah transisi yang membatasi antara domain magnet dalam material *ferromagnet* [15]. Bloch mengamati transisi di antara dua domain yang memiliki arah magnetisasi yang berbeda pada bidang kristal dan dikenal sebagai *Bloch Wall* seperti Gambar 2.6 berikut.



Gambar 2.6. Rotasi magnetisasi dari *Bloch wall* pada lapisan tipis (digambar ulang dari [12]).

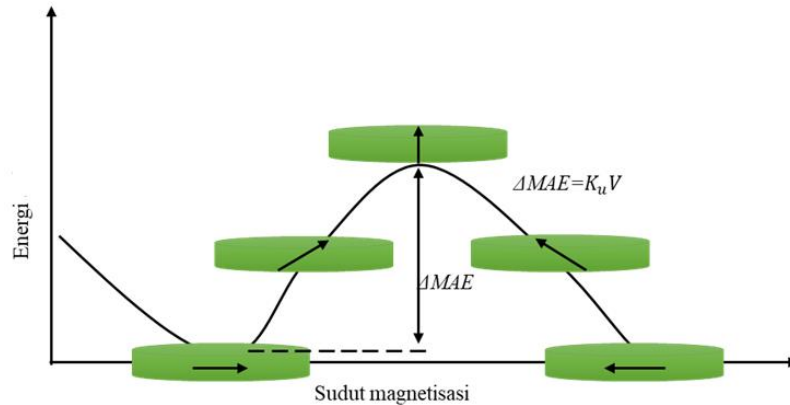
Bloch wall biasanya ditemukan pada material *ferromagnet* yang berbentuk *bulk*, membuat spin berotasi pada bidang sejajar dengan dinding domain. Apabila material *ferromagnet* berbentuk lapisan tipis, maka yang berlaku adalah *Néel wall* dengan spin berotasi sepanjang bidang lapisan tipis seperti Gambar 2.7.



Gambar 2.7. Rotasi magnetisasi dari *Néel wall* pada lapisan tipis (digambar ulang dari [12]).

2.1.5 Magnetik Anisotropi

Magnetik anisotropi adalah energi magnetik yang bergantung pada arah magnetisasi. Fenomena magnetik anisotropi dapat dijelaskan seperti pada Gambar 2.8.



Gambar 2.8. Hubungan antara energi anisotropi terhadap sudut magnetisasi.

Pada Gambar 2.8, dijelaskan bahwa saat arah magnetisasinya *in-plane* (IMA), energi anisotropi akan minimum. Saat arah magnetisasinya menuju perpendicular (PMA), energi anisotropi akan meningkat. Selisih antara energi IMA dan PMA adalah magnetik energi anisotropi (MAE) [11].

2.1.6 Dinamika Spin Magnet

Dalam simulasi mikromagnetik, yang perlu kita lakukan adalah menyelesaikan persamaan Landau-Lifshitz Gilbert (LLG) untuk menggambarkan proses pergerakan PMA. Persamaan LLG juga penting untuk menganalisis banyak sistem magnetik. Ada dua tipe penghitung persamaan mikromagnetik, yaitu *finite element method* (FEM) dan *finite difference method* (FDM) [16]. Pada penelitian ini, kita menggunakan FDM karena memiliki performa yang baik untuk struktur yang relatif lebih kecil, seperti lapisan tipis.

Pergerakan spin magnet terjadi karena adanya pengaruh medan dari luar. Interaksi ini menghasilkan torsi dan energi tertentu. Momen magnet sendiri berasal dari gerak muatan yang membentuk *loop*. Akibat gerakan muatan maka akan timbul arus i sepanjang *loop* tersebut dengan luasan S , maka momen magnetik $\mathbf{m}$ dapat ditulis sebagai berikut,

$$|\mathbf{m}| = \mu_0 i S , \quad (2.8)$$

Vektor momen magnetik $\mathbf{m}$ tegak lurus pada bidang *loop*. Sekarang perhatikan luasan lingkaran kecil $S = \pi r^2$ yang diilustrasikan pada Gambar 2.1. Arus yang dihasilkan oleh muatan listrik q di sekitar luasan dengan frekuensi ω adalah $i = q(\omega/\pi)$. Maka momen magnet yang dihasilkan oleh rotasi muatan listrik dapat ditulis sebagai berikut,

$$\mathbf{m} = \frac{q\mu_0}{2} r^2 \omega = -\frac{e\mu_0}{2} \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega} , \quad (2.9)$$

dengan muatan elektron $q = -e$ dan hubungan antara kecepatan angular dan kecepatan tangensial adalah $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$, maka momen magnet dapat ditulis sebagai berikut,

$$\mathbf{m} = -\frac{e\mu_0}{2} (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) . \quad (2.10)$$

Momentum angular ditulis adalah sebagai berikut,

$$\mathbf{l} = m_e (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) = m_e r^2 \omega . \quad (2.11)$$

Kemudian substitusi persamaan (2.10) dan persamaan (2.11), hubungan momen magnet dengan momentum angular adalah sebagai berikut,

$$\mathbf{m} = -\frac{e\mu_0}{2m_e} \hbar = -\frac{g|e|}{2m_e} \mathbf{l} , \quad (2.12)$$

di mana $\mu_B = \frac{\mu_0 e \hbar}{2m_e}$ adalah *Magneton Bohr* dan $\hbar = 1,05 \times 10^{-34}$ Js. Konstanta g adalah faktor Lande, di mana $g = 2$ untuk spin momen magnet. Muatan elektron $e = -1,6 \times 10^{-19}$ C dan massa elektron $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ Kg. Sedangkan $\gamma = (ge/2m_e)$ dikenal sebagai rasio *gyromagnetic* elektron. Untuk elektron, rasio *gyromagnetic*-nya adalah $\gamma = 1,759 \times 10^{11}$ rads/T.

Ketika momen magnetik $\mathbf{m}$ diberikan medan magnet luar $\mathbf{H}$ akan timbul torka dengan arah tegak lurus momen magnet dan medan magnet luar. Torka ini muncul karena momen magnetik melakukan gerak berpresesi di sekitar arah medan magnet. Hubungan torsi dengan momentum angular adalah sebagai berikut,

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{l}}{dt} = \mathbf{m} \times \mathbf{H}. \quad (2.13)$$

Dengan menggunakan prinsip pada persamaan (2.13), persamaan gerak momen magnet $\mathbf{m}$ terhadap waktu dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\frac{e}{2m_e}(\mathbf{m} \times \mu_0 \mathbf{H}) = -\gamma \mu_0(\mathbf{m} \times \mathbf{H}). \quad (2.14)$$

Dari persamaan (2.14), kita dapat memperoleh frekuensi Larmor (*Larmor frequency*) dari $\mathbf{m}$ pada frekuensi sudut $\omega = -\gamma \mathbf{H}$.

Pada tahun 1935, Landau dan Lifshitz mengemukakan persamaan gerak dinamika spin magnet yang menjelaskan tentang pengaruh medan magnet luar terhadap material feromagnet yang dikenal dengan persamaan Landau-Lifshitz [17]. Kekurangan dari persamaan Landau-Lifshitz adalah ketidakakuratan hasil yang diperoleh saat besar dari faktor damping besar. Pada tahun 1955, persamaan Landau-Lifshitz diformulasikan kembali dengan memperhitungkan faktor damping yang besar dan dikenal dengan persamaan LLG [18].

Persamaan LLG dapat dijelaskan melalui persamaan (2.14) dengan memperkenalkan gerak presesi momen magnet yang dapat diinterpretasikan sebagai gerak disipasi. Gerak presesi sebanding dengan perubahan magnetisasi terhadap waktu $\frac{d\mathbf{m}}{dt}$ dan medan magnet efektif $\mathbf{H}_{\text{eff}}$. Gerak presesi cenderung membuat momen magnetik sejajar dengan medan efektif, sehingga persamaan (2.14) dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times (\mathbf{H}_{\text{eff}} - \eta \frac{d\mathbf{M}}{dt}), \quad (2.15)$$

di mana η adalah parameter damping yang menjelaskan karakteristik dari material dan konstanta damping $\alpha = \gamma M_s \eta$, maka dapat ditulis sebagai berikut,

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{M_s} \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}. \quad (2.16)$$

Selanjutnya persamaan (2.16) dikalikan dengan $\mathbf{M}$, maka didapat persamaan sebagai berikut,

$$\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}) + \frac{\alpha}{M_s} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}), \quad (2.17)$$

dengan menggunakan sifat identitas vektor $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}$, lalu

$$\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}) - \alpha M_s \frac{d\mathbf{M}}{dt}. \quad (2.18)$$

Kemudian substitusi persamaan (2.16) pada persamaan (1.18), maka akan menghasilkan persamaan Landau-Lifshitz-Gilbert sebagai berikut,

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\frac{\gamma}{(1+\alpha^2)} (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}) - \frac{-\gamma\alpha}{(1+\alpha^2)M_s} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}), \quad (2.19)$$

di mana nilai $\mathbf{H}_{\text{eff}}$ dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \frac{-\delta\varepsilon}{\mu_0 \delta \mathbf{M}}, \quad (2.20)$$

di mana ε merupakan kerapatan energi rata-rata atau total energi yang mengandung besar dari energi *exchange*, energi anisotropi, konstanta Dzyaloshinskii-Moriya (DMI), medan magnet eksternal yang diterapkan, dan medan demagnetisasi yang dapat ditulis sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \varepsilon = A \left[\nabla \left(\frac{\mathbf{M}}{M_s} \right) \right]^2 - K_u \frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{M})^2}{M_s^2} - \mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} - \frac{\mu_0}{2} \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_d \\ + \frac{D}{M_s^2} [M_z (\mathbf{M} \cdot \nabla) - (\nabla \cdot \mathbf{M}) M_z]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Pada persamaan (2.19), suku pertama menjelaskan proses gerakan presesi dari spin berotasi akibat pengaruh medan magnet luar yang disebut dengan *Larmor precession* dan suku kedua menjelaskan efek faktor damping dari gerakan presesi yang disebut dengan *the damping effect of precession*. Apabila besar dari faktor dampingnya kecil, maka suku $(1 + \alpha^2) = 1$ [12, 17, 18].

2.2 Total Energi pada Suatu Sistem

Dalam simulasi menggunakan mikromagnetik, energi yang berkontribusi pada total energi di antaranya adalah energi PMA, energi *exchange*, energi interaksi Dzyaloshinskii-Moriya (DMI), dan energi demagnetisasi.

2.2.1 Energi Uniaksial Anisotropi

Pada umumnya material magnet bersifat tidak isotropik yang artinya memiliki arah yang lebih disukai atau biasa disebut dengan *easy axis*. Arah tersebut lebih mudah untuk di magnetisasi. Untuk mengubah arah dari sebuah material magnetik ke arah tertentu, dibutuhkan sebuah energi yang dinamakan energi anisotropi. Energi ini berasal dari interaksi spin-orbit dalam skala atomik, yang membuat visualisasi dari energi ini sulit dijelaskan [19].

Pada penelitian ini, fokus yang diterapkan pada material kobalt/nikel menggunakan anisotropi dengan *axis* tunggal atau uniaksial anisotropi. Persamaan dari energi uniaksial anisotropi dapat dirumuskan sebagai berikut,

$$\mathcal{U}_{\text{ani}} = \int_V K_u dV = \int_V [K_0 + K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta + K_3 \sin^6 \theta + \dots] dV, \quad (2.22)$$

Di mana K_0, K_1, K_2 , dan K_3 (J/m^3) merupakan konstanta anisotropi. Ketika magnetisasi sejajar dengan arah mudah atau saat $\theta = 0$ atau $\theta = \pi$, maka besar energi anisotropi-nya minimum. Sebaliknya ketika magnetisasi sejajar dengan arah keras, maka besar energi anisotropi-nya maksimum. Akibatnya, sebuah bidang yang tegak lurus dengan arah keras disebut bidang mudah, karena semua arah yang sejajar dengan bidang tersebut adalah arah mudah yang membuat energi anisotropi-nya menjadi minimum [19].

Persamaan medan efektif dari anisotropi uniaksial dirumuskan sebagai berikut,

$$\mathbf{H}_{\text{ani}}(r) = \frac{2K_u}{\mu_0 M_S}. \quad (2.23)$$

2.2.2 Energi Exchange

Energi *exchange* adalah energi yang muncul akibat interaksi antar spin di dalam material feromagnet melalui *exchange coupling*. Energi *exchange* ini dapat ditulis sebagai berikut,

$$E_{\text{exc}} = A \left[\nabla \left(\frac{\mathbf{M}}{M_S} \right) \right]^2, \quad (2.24)$$

di mana A merupakan konstanta *exchange* yang ada pada material magnetik [20].

2.2.3 Interaksi Dzyaloshinskii-Moriya (DMI)

DMI adalah komponen anti-simetris dari interaksi pertukaran energi yang dapat memberikan keteraturan kiral magnetik dan menstabilisasi struktur magnetik yang tidak linear pada feromagnetik. Interaksi antara dua atom spin yang berdekatan S_i dan S_j adalah sebagai berikut,

$$E_{\text{DMI}} = \frac{D}{M_S^2} [M_z(\mathbf{M} \cdot \nabla) - (\nabla \cdot \mathbf{M})M_z], \quad (2.25)$$

di mana $\mathbf{D}_{ij}$ merupakan vektor dari Dzyaloshinskii-Moriya, yang mana tegak lurus dengan kedua sumbu asimetris dan vektor $\mathbf{r}_{ij}$ antara spin pada atom S_i dan S_j [21], [22].

2.2.4 Energi Demagnetisasi

Energi demagnetisasi adalah energi yang berasal dari bahan magnet itu sendiri. Sesuai namanya, energi demagnetisasi merupakan energi yang melawan adanya magnetisasi dari penambahan medan magnet luar pada suatu bahan. Energi ini menghasilkan medan magnetik yang disebut medan demagnetisasi $\mathbf{H}_d$. Besar energi demagnetisasi E_{demag} adalah sebagai berikut,

$$E_{\text{demag}} = -\frac{1}{2} \int \mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_d dV, \quad (2.26)$$

di mana besar $\mathbf{H}_d$ adalah sebagai berikut,

$$\mathbf{H}_d = -\mathcal{N}\mathbf{M}. \quad (2.27)$$

$\mathcal{N}$ adalah tensor dari demagnetisasi [12].

2.2.5 Voltaged-Controlled Magnetic Anisotropy (VCMA)

VCMA adalah sebuah metode pengubahan arah magnetisasi dengan cara penerapan tegangan listrik pada suatu bahan material magnetik. Efek dari penerapan tegangan terhadap bahan material magnetik (efek VCMA) yaitu dapat memodifikasi magnetik anisotropi dengan menambah atau mengurangi pemberian elektron dan dapat mengubah struktur pita dan orbital elektron pada permukaan material magnetik. Efek VCMA digunakan untuk menurunkan *interfacial* PMA secara

sementara pada *free layer* (Co/Ni). Untuk memperbesar efek VCMA, biasanya ketebalan dari insulator diperbesar yang mana akan mengurangi konsumsi daya [23].

Bahan material magnetik memiliki koefisien VCMA (β) sebagai parameter yang digunakan untuk melihat perubahan energi anisotropi pada *interface* (K_s) saat pemberian tegangan. Hubungan antara VCMA dan energi PMA efektif (E_{PMA}) adalah sebagai berikut,

$$E_{\text{PMA}} = \frac{K_s}{t_{\text{free}}} - \frac{1}{2}\mu_0 M_s^2 + K_b, \quad (2.28)$$

di mana pada suku kedua dan ketiga dari persamaan (2.28) dapat diabaikan karena nilainya terlalu kecil [23]. Selanjutnya, dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$E_{\text{PMA}} = \frac{K_s}{t_{\text{free}}}, \quad (2.29)$$

di mana K_s pada persamaan (2.29) memiliki keterkaitan dengan koefisien VCMA (β) yang dapat dinyatakan sebagai berikut [23],

$$K_s = K_{s(E=0)} \pm \beta E. \quad (2.30)$$

Hubungan antara E dan VCMA yang diterapkan pada program adalah sebagai berikut,

$$VCMA = \frac{E \times \beta}{t_{\text{free}}}. \quad (2.31)$$

2.3 Lapisan Tipis Co/Ni

Kobalt (Co) merupakan bahan feromagnetik yang memiliki struktur kristal *hexagonal closest packed* (HCP). Bahan ini memiliki tekstur kuat dengan nilai magnetik anisotropi tinggi, temperatur Curie yang tinggi serta memiliki koersivitas yang tinggi pula [24]. Nikel (Ni) merupakan bahan feromagnetik yang memiliki struktur kristal *face-centered cubic* (FCC). Bahan ini memiliki tekstur kuat, koersivitas tinggi, tahan korosi dan memiliki nilai anisotropi tinggi saat dipadukan

dengan logam lainnya [25]. Parameter-parameter yang dimiliki oleh bahan kobalt (Co) dan nikel (Ni) ditunjukkan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1. Parameter yang dimiliki oleh bahan kobalt dan nikel [26].

Bahan feromagnetik	Atomik spin momen	Energi Pertukaran (J)	Energi anisotropi (J)
Co	$1,72 \mu_B$	$6,064 \times 10^{-21}$	$6,69 \times 10^{-24}$
Ni	$0,606 \mu_B$	$2,757 \times 10^{-21}$	$5,47 \times 10^{-24}$

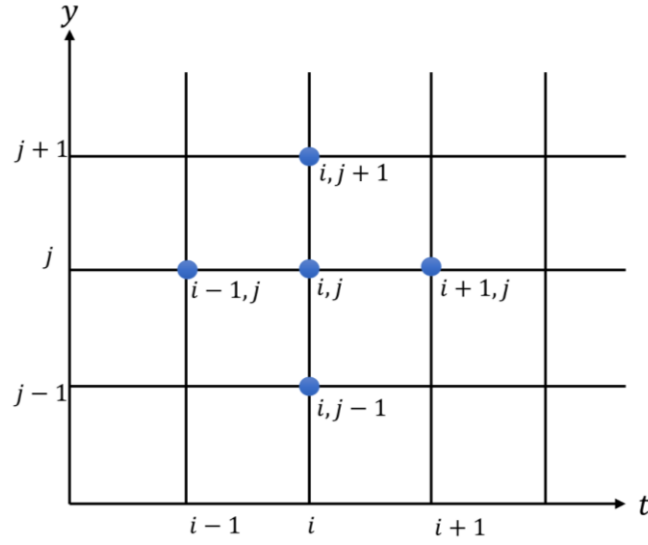
Paduan lapisan tipis kobalt/nikel (Co/Ni) merupakan bahan feromagnetik yang memiliki struktur kristal FCC, dengan sumbu *easy axis* pada arah (111) [27].

2.4 Finite Difference Method (FDM)

FDM merupakan sebuah metode pendekatan untuk memecahkan persamaan diferensial parsial. Metode ini sudah digunakan di berbagai macam masalah seperti persamaan yang bergantung dengan waktu, tidak bergantung dengan waktu, linear, dan *non-linear*. FDM mengubah persamaan diferensial biasa atau parsial yang mungkin tidak linear menjadi persamaan sistem linear yang bisa dipecahkan dengan teknik matriks aljabar [28].

Prinsip dari FDM yaitu mengganti penurunan persamaan diferensial berdasarkan deret Taylor. Deret Taylor berfungsi untuk meninjau besaran pada suatu ruang dan waktu suatu permasalahan.

Bentuk turunan persamaan diferensial pada FDM terhadap waktu dijelaskan seperti pada Gambar 2.9.



Gambar 2.9. Jaringan titik hitungan dalam bidang $t - y$ (digambar ulang dari [16]).

Pada Gambar 2.9, dapat disimpulkan turunan persamaan diferensial pada FDM terhadap waktu seperti pada persamaan (2.32)

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_{i+1,j} - f_i}{\Delta t}, \quad (2.32)$$

di mana $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ merupakan besar perubahan terhadap waktu pada fungsi, yang dapat dikaitkan dengan persamaan LLG. LLG merupakan perubahan magnetisasi terhadap waktu [16, 30]. Penurunan persamaan LLG dapat dirumuskan sebagai berikut,

$$\frac{d\mathbf{M}_i}{dt} = -\frac{\gamma}{(1+\alpha^2)} (\mathbf{M}_i \times \mathbf{H}_{\text{eff},i}) - \frac{-\gamma\alpha}{(1+\alpha^2)M_s} \mathbf{M}_i \times (\mathbf{M}_i \times \mathbf{H}_{\text{eff},i}) \quad (2.33)$$

di mana ketika ditulis dalam metode FDM, persamaan LLG terhadap perubahan waktu akan ditulis sebagai berikut,

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \frac{\mathbf{M}_{i+1,j} - \mathbf{M}_i}{\Delta t} \quad (2.34)$$