BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan diberikan definisi-definisi beserta contoh yang berkaitan dengan himpunan, operasi biner, grup, relasi, ruang aproksimasi, dan himpunan kesat.

2.1 Himpunan

Himpunan dikembangkan oleh seorang matematikawan berkebangsaan Jerman yang bernama George Cantor pada tahun 1845-1918. Himpunan merupakan konsep dasar dari semua cabang matematika. Himpunan dapat didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.1.1 (Abdussakir, 2009:4) Himpunan merupakan kumpulan atau objek-objek yang terdefinisi dengan jelas. Objek yang dimaksud berbentuk orang, nama orang, hewan, benda, bilangan, planet, nama hari atau lainnya. Himpunan dapat dinyatakan dengan mendaftar semua anggotanya di dalam kurung kurawal yaitu {}.

Contoh sederhana dari himpunan adalah kumpulan hari dalam seminggu. Kumpulan hari dalam seminggu dikatakan suatu himpunan karena objek-objek di dalamnya terdefinisi dengan jelas yaitu hari Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu, dan Minggu. Agar lebih jelasnya berikut diberikan contoh lain dari himpunan.

Contoh 2.1.2

Misalkan A menyatakan himpunan bilangan asli kurang dari 10. Himpunan A dapat ditulis $A = \{a | a < 10, a \in \mathbb{N}\}$ atau $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Setelah mengetahui definisi dari suatu himpunan, selanjutnya akan diberikan definisi dari kardinalitas himpunan.

Definisi 2.1.3 (Darwanto, dkk., 2020) Kardinalitas dari sebuah himpunan (*cardinality of the set*) adalah jumlah dari elemen yang berbeda dari sebuah himpunan.

Kardinalitas dari suatu himpunan A dinotasikan sebagai $|A|$.

Berikut adalah contoh dari kardinalitas himpunan.

Contoh 2.1.4

Berdasarkan Contoh 2.1.2, diperoleh kardinalitas dari himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ yaitu $|A| = 9$.

Jika nilai kardinalitas dari suatu himpunan bernilai nol maka himpunan tersebut disebut dengan himpunan kosong. Berikut diberikan definisi dari himpunan kosong menurut Darwanto, dkk.

Definisi 2.1.5 (Darwanto, dkk., 2020) Suatu himpunan A dapat dikatakan himpunan kosong (*empty set*) jika dan hanya jika $|A| = 0$. Dalam kalimat lain, himpunan kosong merupakan himpunan yang tidak memiliki satupun anggota.

Himpunan kosong dinotasikan dengan $\{\}$ atau $\emptyset$.

Berdasarkan Definisi 2.1.5 dapat disimpulkan bahwa himpunan bilangan ganjil yang habis dibagi dua merupakan himpunan kosong. Contoh lainnya diberikan sebagai berikut.

Contoh 2.1.6

Diberikan himpunan B dimana B adalah himpunan bilangan asli kurang dari 1. Bilangan asli dimulai dari 1 sehingga himpunan B dikatakan himpunan kosong.

Selanjutnya diberikan definisi dari himpunan semesta.

Definisi 2.1.7 (Mahmud dan Wahyu, 2020:6) Himpunan semesta atau universal yang dilambangkan dengan S atau U , himpunan semesta memiliki semua himpunan sebagai anggotanya.

Contoh dari himpunan semesta dapat dilihat sebagai berikut.

Contoh 2.1.8

Misalkan $A = \{x|x \in \mathbb{Z}^+\}$ dan $B = \{x|x \in \mathbb{Z}^-\}$.

Himpunan semestanya adalah $S = \{x|x \in \mathbb{Z}\}$.

Selanjutnya, definisi himpunan bagian dituliskan sebagai berikut.

Definisi 2.1.9 (Darwanto, dkk., 2020) Himpunan A merupakan himpunan bagian (subset) dari B jika dan hanya jika setiap anggota dari A merupakan anggota dari B .

Himpunan bagian dinotasikan dengan $\subseteq$.

Berikut adalah contoh dari himpunan bagian.

Contoh 2.1.10

Diberikan $\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat dan H adalah himpunan bilangan bulat positif. Himpunan H dikatakan himpunan bagian dari $\mathbb{Z}$ atau $H \subseteq \mathbb{Z}$.

Semua himpunan bagian dari suatu himpunan disebut himpunan kuasa. Himpunan kuasa didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.1.11 (Darwanto, dkk., 2020) Himpunan kuasa (*power set*) dari himpunan A adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian dari A , termasuk himpunan kosong dan himpunan A itu sendiri.

Himpunan kuasa dinotasikan sebagai $P(A) = \{B : B \subseteq A\}$, sedangkan jumlah elemen dari himpunan kuasa adalah $|P(A)| = 2^{|A|}$.

Agar lebih memahami Definisi 2.1.11, berikut diberikan contoh dari himpunan kuasa.

Contoh 2.1.12

Diberikan A himpunan bilangan prima kurang dari 10, maka $A = \{2,3,5,7\}$ dan $|A| = 4$. Jumlah elemen dari himpunan kuasa dari A adalah $|P(A)| = 2^4 = 16$. Himpunan kuasa dari A adalah

$$(A) = \{ \{\emptyset\}, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2,3\}, \{2,5\}, \{2,7\}, \{3,5\}, \{3,7\}, \{5,7\}, \{2,3,5\}, \{2,3,7\}, \{2,5,7\}, \{3,5,7\}, \{2,3,5,7\} \}.$$

2.2 Operasi Biner

Operasi biner merupakan pembangun dari struktur semigrup. Berikut definisi dari operasi biner.

Definisi 2.2.1 (Anggraini dan Sugita, 2020:3) Misalkan S adalah himpunan tak kosong. Suatu operasi biner $*$ pada himpunan S adalah aturan yang memasangkan setiap pasangan terurut (a, b) anggota dari S dengan suatu elemen S yaitu $(a, b) \in S$ dengan $a * b \in S$ atau dinotasikan sebagai:

$$*: S \times S \rightarrow S$$

Berikut diberikan contoh dari operasi biner.

Contoh 2.2.2

Himpunan $A = \{2,4,6,8,10, \dots\}$ adalah himpunan bilangan asli genap dan operasi $+$ adalah operasi biner pada A karena operasi $+$ tertutup di A , yaitu untuk setiap (a, b) di $(A \times A)$ maka $a + b$ juga di A karena penjumlahan dari dua bilangan asli genap adalah bilangan asli genap pula.

2.3 Semigrup

Semi berarti setengah atau sebagian. Jika pada grup terdapat empat aksioma, maka pada semigrup hanya terdapat dua aksioma saja. Berikut diberikan definisi dari semigrup.

Definisi 2.3.1 (Anggraini dan Sugita, 2020:15) Suatu himpunan tak kosong G dengan operasi biner $*$ disebut semigrup jika memenuhi aksioma berikut.

- i. Operasi $*$ bersifat tertutup di G , yaitu untuk setiap $a, b \in G$ berlaku $a * b \in G$.
- ii. Operasi $*$ bersifat asosiatif, yaitu untuk setiap $a, b, c \in G$ berlaku $(a * b) * c = a * (b * c)$.

Contoh berikut akan menjelaskan pembuktian dari kedua aksioma tersebut.

Contoh 2.3.2

Diberikan himpunan bilangan asli $\mathbb{N}$ dan operasi $+$ adalah operasi biner pada $\mathbb{N}$. Sistem $(\mathbb{N}, +)$ merupakan semigrup karena pada $\mathbb{N}$ berlaku sifat tertutup dan asosiatif. Himpunan $\mathbb{N}$ bukan grup karena setiap elemen di $\mathbb{N}$ tidak mempunyai invers.

Akan ditunjukkan $\mathbb{N}$ merupakan semigrup terhadap operasi penjumlahan bilangan $+$.

- i. Untuk setiap $a, b \in \mathbb{N}$ berlaku $a + b \in \mathbb{N}$. Jadi, $\mathbb{N}$ tertutup pada operasi $+$.
- ii. Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{N}$ berlaku $(a + b) + c = a + (b + c)$. Jadi, $\mathbb{N}$ bersifat asosiatif pada operasi $+$.

Jika operasi biner $*$ pada semigrup $(G, *)$ bersifat komutatif, maka semigrup $(G, *)$ disebut semigrup komutatif. Berikut diberikan definisi dari semigrup komutatif.

Definisi 2.3.4 (Whitelaw, 1978) Suatu himpunan tak kosong S dengan operasi biner $*$ disebut semigrup komutatif jika operasi $*$ bersifat komutatif, sehingga untuk setiap $a, b \in S$ berlaku $a * b = b * a$.

Berikut contoh dari semigrup komutatif.

Contoh 2.3.5

Berdasarkan Contoh 2.3.4, himpunan $\mathbb{N}$ dikatakan semigrup komutatif pada operasi $+$. Hal ini dikarenakan untuk setiap $a, b \in \mathbb{N}$, maka $a + b = b + a$. Jadi, $(\mathbb{N}, +)$ merupakan semigrup komutatif.

2.4 Grup Permutasi

Grup permutasi adalah salah satu jenis grup yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.4.1 (Abdurahim, dkk., 2011) Permutasi dari suatu himpunan A adalah suatu fungsi dari A ke A yang satu-satu dan pada. Grup permutasi dari suatu himpunan A adalah suatu himpunan permutasi dari A yang membentuk grup terhadap komposisi fungsi.

Berikut diberikan contoh grup permutasi.

Contoh 2.4.2

Misalkan $S = \{21, 22\}$ dan P_2 adalah himpunan dari permutasi S , maka semua permutasi pada S adalah sebagai berikut.

$$f_1 = \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 21 & 22 \end{pmatrix}$$

$$f_2 = \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 22 & 21 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh himpunan $P_2 = \{f_1, f_2\}$.

Kemudian, akan dibuktikan $(P_2, \circ)$ membentuk grup dengan Tabel *Cayley* berikut.

Tabel 2.1 Operasi Biner pada Himpunan S

$\circ$	f_1	f_2
f_1	f_1	f_2
f_2	f_2	f_1

Berdasarkan Tabel 2.1 diperoleh:

- i. Himpunan P_2 tertutup terhadap operasi $\circ$.
- ii. Himpunan P_2 bersifat asosiatif, yaitu untuk setiap $a, b, c \in P_2$ berlaku $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$.
- iii. Himpunan P_2 memiliki elemen identitas yaitu f_1 , artinya untuk setiap $a \in P_2$ berlaku $a \circ f_1 = f_1 \circ a = a$.
- iv. Setiap elemen di P_2 memiliki invers terhadap operasi $\circ$, yaitu $f_1^{-1} = f_1$ dan $f_2^{-1} = f_2$.

Berdasarkan i), ii), iii), iv) maka $(P_2, \circ)$ merupakan grup.

2.5 Relasi

Dalam bahasa sehari-hari relasi dapat diartikan sebagai hubungan. Misalnya seorang anak mempunyai hubungan dengan orangtuanya. Dalam ilmu matematika, relasi dapat didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.5.1 (Marsudi, 2010) Misalkan A dan B masing-masing adalah himpunan tak kosong. Suatu relasi R dari A ke B adalah himpunan bagian $A \times B$.

Agar lebih memahami Definisi 2.5.1, berikut diberikan contoh dari relasi.

Contoh 2.5.2

Diberikan himpunan $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2\}$ dan himpunan pasangan terurut $R = \{(a, 1), (b, 2)\}$. Akan dibuktikan bahwa R merupakan relasi dari A ke B .

Bukti :

Diketahui himpunan $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{1, 2\}$ sehingga hasil kali kartesiannya adalah $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$, sehingga $R = \{(a, 1), (b, 2)\}$ adalah himpunan bagian dari $A \times B$. Jadi, terbukti bahwa R merupakan relasi dari A ke B .

Setelah memahami definisi dan contoh dari relasi, berikut akan diberikan definisi dari relasi ekuivalensi.

Definisi 2.5.2 (Marsudi, 2010) Misalkan A adalah suatu himpunan tidak kosong. Relasi R disebut relasi ekuivalensi pada himpunan A jika memenuhi kondisi berikut.

- i. Refleksif, yaitu untuk setiap $x \in A$ berlaku xRx .
- ii. Simetri, yaitu setiap $x, y \in A$, jika xRy maka yRx .
- iii. Transitif, yaitu untuk setiap $x, y, z \in A$, jika xRy dan yRz maka xRz .

Berikut diberikan contoh dari relasi ekuivalensi yang bersifat refleksif, simetris, dan transitif.

Contoh 2.5.3

Misalkan R adalah relasi yang didefinisikan pada $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Akan ditunjukkan $R = \{(x, y) | x^2 = y^2\}$ merupakan suatu relasi ekuivalensi pada himpunan A .

- i. Karena untuk setiap $x \in A$, $x^2 = x^2$, maka R refleksif.
- ii. Jika $x^2 = y^2$ maka $y^2 = x^2$, akibatnya R simetris.
- iii. Jika $x^2 = y^2$ dan $y^2 = z^2$, maka $x^2 = z^2$, akibatnya R transitif.

Jadi, relasi R merupakan relasi ekuivalensi pada himpunan A .

2.6 Koset

Definisi koset muncul dalam proses pembentukan grup faktor dengan bermodalkan suatu grup dan suatu subgrupnya. Koset merupakan partisi dari suatu grup yang akan membentuk kelas-kelas ekuivalensi. Berikut definisi dan teorema mengenai koset.

Definisi 2.6.1 (Astuti, 1999) Misalkan $(G, *)$ adalah grup dan H subgrup dari G . Himpunan bagian $a * H = \{a * h | h \in H\}$ dari G disebut koset kiri dari H yang memuat a , dan $H * a = \{h * a, | h \in H\}$ disebut koset kanan dari H yang memuat a .

Teorema 2.6.2

Misalkan $(G,*)$ dan H subgrup dari G . Pada himpunan G , relasi R_R (ekuivalensi kanan) dan relasi R_L (ekuivalensi kiri) didefinisikan sebagai berikut.

1. $x R_R y$ jika dan hanya jika $x * y^{-1} \in H$.
2. $x R_L y$ jika dan hanya jika $x^{-1} * y \in H$.

Relasi R_R dan relasi R_L merupakan relasi ekuivalensi pada G .

Bukti

Akan dibuktikan relasi R_R merupakan relasi ekuivalensi pada G .

- i) Akan ditunjukkan relasi relasi R_R refleksif yaitu untuk setiap $x \in G$ berlaku $x R_R x$.

Diberikan sebarang $x \in G$. Karena G grup, terdapat $x^{-1} \in G$, sehingga $x R_R x \Leftrightarrow x * x^{-1} = e \in H$.

Jadi, relasi R_R bersifat refleksif.

- ii) Akan ditunjukkan relasi relasi R_R simetris yaitu untuk setiap $x, y \in G$ berlaku $x R_R y \Leftrightarrow y R_R x$.

Diberikan sebarang $x, y \in G$, dengan $x R_R y$.

$$x R_R y \Leftrightarrow x * y^{-1} \in H.$$

Karena $xy^{-1} \in H$ dan H subgrup maka

$$x * (y^{-1})^{-1} = (y^{-1})^{-1} * x^{-1} = y * x^{-1} \in H$$

jika dan hanya jika $y R_R x$ terbukti.

- iii) Akan ditunjukkan relasi relasi R_R transitif yaitu untuk setiap $x, y, z \in G$ berlaku $x R_R y$ dan $y R_R z$ maka $x R_R z$.

Diberikan sebarang $x, y, z \in G$, dengan $x R_R y$ dan $y R_R z$,

$$x R_R y \Leftrightarrow x * y^{-1} \in H \text{ dan } y R_R z \Leftrightarrow y * z^{-1} \in H. \text{ Karena } x * y^{-1} \in H,$$

$y * z^{-1} \in H$, dan H subgrup maka

$$(x * y^{-1})(y * z^{-1}) = x * (y^{-1} * y) * z^{-1} = x * e * z^{-1} = x * z^{-1} \in H.$$

Oleh karena itu, $x R_R z$.

Berdasarkan i), ii), iii), relasi R_R merupakan relasi ekuivalensi pada G .

Dengan cara yang sama, dapat ditunjukkan relasi R_L merupakan relasi ekuivalensi pada G .

Berikut contoh dari koset pada bilangan bulat.

Contoh 2.6.3

Diketahui $(\mathbb{Z}, +)$ adalah grup, dan $H = \{0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots\}$ merupakan subgrup dari $\mathbb{Z}$. Tentukan banyaknya koset di $\mathbb{Z}$ relatif terhadap H .

Penyelesaian:

Koset-koset di $\mathbb{Z}$ adalah

$$0 + H = H$$

$$1 + H = \{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots\}$$

$$2 + H = \{0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots\} = H$$

$$3 + H = 1 + H$$

dan seterusnya, sehingga banyaknya koset ada dua yaitu H dan $1 + H$.

2.7 Kelas Ekuivalensi

Setelah membahas definisi dari relasi ekuivalensi dan koset, selanjutnya akan dibahas mengenai kelas ekuivalensi. Relasi ekuivalensi dan koset tersebut menghasilkan partisi dari himpunan pendasar menjadi kelas-kelas ekuivalensi yang saling lepas.

Definisi 2.7.1 (Abdurahman, 2019:49) Jika R adalah relasi ekuivalensi dalam himpunan A , maka pada A terbentuk subhimpunan-subhimpunan yang dinyatakan dengan $[x] = \{y \in A | yRx\}$ untuk setiap $x \in A$. Himpunan $[x]$ disebut kelas ekuivalensi yang memuat x .

Setelah memahami Definisi 2.7.1, berikut diberikan contoh dari kelas ekuivalensi.

Contoh 2.7.2

Berdasarkan Contoh 2.5.3, relasi R adalah relasi ekuivalensi pada A . Kelas ekuivalensi pada contoh tersebut adalah $[1] = \{1,-1\}$, $[2] = \{2,-2\}$, $[3] = \{3,-3\}$, $[0] = \{0\}$.

2.8 Ruang Aproksimasi

Berikut definisi ruang aproksimasi, ruang aproksimasi atas, dan aproksimasi bawah (Miao, dkk., 2005).

Definisi 2.8.1 Misalkan $U \neq \emptyset$ dan R adalah relasi ekuivalensi pada U . Pasangan (U, R) disebut ruang aproksimasi yang dinotasikan dengan $K = (U, R)$.

Berikut diberikan contoh dari ruang aproksimasi.

Contoh 2.8.2

Berdasarkan Contoh 2.5.3 telah dibuktikan bahwa R merupakan relasi ekuivalensi pada A dan himpunan A bukan himpunan kosong, maka pasangan (A, R) adalah ruang aproksimasi.

Selanjutnya diberikan definisi dari aproksimasi atas dan aproksimasi bawah.

Definisi 2.8.3 Misalkan $K = (U, R)$ adalah ruang aproksimasi dan X adalah himpunan bagian dari U . Aproksimasi bawah dan aproksimasi atas didefinisikan sebagai berikut:

$$\underline{X} = \{x | [x]_R \subseteq X\}$$

$$\overline{X} = \{x | [x]_R \cap X \neq \emptyset\}$$

$\underline{X}$ disebut aproksimasi bawah dari X dan $\overline{X}$ disebut aproksimasi atas dari X di ruang aproksimasi K .

Untuk memahami Definisi 2.8.3, berikut diberikan contoh dari aproksimasi bawah dan aproksimasi atas.

Contoh 2.8.4

Diberikan pasangan (U, R) yang merupakan ruang aproksimasi, dengan himpunan $U = \{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$ dan R adalah relasi ekuivalensi pada U dengan kelas ekuivalensi adalah sebagai berikut:

$$E_1 = \{x_1, x_2, x_3\};$$

$$E_2 = \{x_4, x_5\};$$

$$E_3 = \{x_6\};$$

$$E_4 = \{x_7, x_8\};$$

$$E_5 = \{x_9, x_{10}\}.$$

Jika dipilih $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, maka aproksimasi bawah dan aproksimasi atas adalah sebagai berikut:

$$\underline{X} = \{x_1, x_2, x_3\};$$

$$\overline{X} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}.$$

2.9 Himpunan kesat

Himpunan kesat pertama kali dikemukakan oleh Zdzislaw Pawlak pada tahun 1982 dengan definisi sebagai berikut.

Definisi 2.9.1 (Pawlak, 1982) Misalkan R adalah relasi ekuivalensi pada himpunan semesta U , pasangan (U, R) adalah ruang aproksimasi. Suatu himpunan bagian $X \subseteq U$ dikatakan *definable* jika $\underline{X} = \overline{X}$, sebaliknya jika $\overline{X} - \underline{X} \neq \emptyset$, maka X disebut himpunan kesat.

Himpunan bagian $X \subseteq U$ dikatakan *definable* jika $\underline{X} = \overline{X}$. Jika $X \subseteq U$ diberikan suatu sifat P dan $x \in U$, maka (Davvas dkk., 2021)

1. $x \in \underline{X}$ bermakna x pasti memiliki sifat P .
2. $x \in \overline{X}$ bermakna x mungkin memiliki sifat P .

3. $x \in U \setminus \overline{X}$ bermakna x tidak mungkin memiliki sifat P .

Berikut adalah contoh dari himpunan kesat.

Contoh 2.9.2

Berdasarkan Contoh 2.8.4, $\overline{X} - \underline{X} = \{x_4, x_5\} \neq \emptyset$, sehingga X disebut himpunan kesat di dalam ruang aproksimasi (U, R) .

2.10 Semigrup Kesat

Setelah memahami definisi dari semigrup dan himpunan kesat, berikut diberikan definisi dari semigrup kesat yang menjadi topik inti dari penelitian ini.

Definisi 2.10.1 (Nurettin dan Abdullah, 2015) Misalkan (U, R) ruang aproksimasi dan operasi biner $*$ yang didefinisikan pada U . Suatu himpunan bagian S dari U dikatakan semigrup kesat dari ruang aproksimasi jika memenuhi kondisi berikut:

- i. untuk setiap $x, y \in S, x * y \in \overline{S}$,
- ii. untuk setiap $x, y, z \in S, (x * y) * z = x * (y * z)$.

Misalkan (U, R) merupakan suatu ruang aproksimasi dan $*$ operasi biner yang didefinisikan pada U . Pada tulisan ini, misalkan X dan Y adalah dua subhimpunan dari U , jika ditulis XY artinya adalah semua elemen dari bentuk $x * y$, dengan $x \in X$ dan $y \in Y$ atau $XY = \{x * y | x \in X, y \in Y\}$.

2.11 Ideal Kesat pada Semigrup Kesat

Sebelum membahas definisi dari ideal kesat pada semigrup kesat, berikut akan diberikan terlebih dahulu penjelasan mengenai ideal pada suatu semigrup.

Misalkan S merupakan suatu semigrup dan I merupakan subhimpunan dari semigrup S . Himpunan I dikatakan subsemigrup dari semigrup S jika $II \subseteq I$ ($II = \{ii | i \in I\}$). Himpunan bagian I dari semigrup S dikatakan ideal kiri jika $SI \subseteq I$,

ideal kanan jika $IS \subseteq I$, dan ideal dua arah jika memenuhi keduanya, yakni ideal kiri dan ideal kanan dari S (Kuroki, 1996).

Berikut diberikan definisi mengenai ideal kesat pada semigrup kesat.

Definisi 2.11.1 (Nurettin dan Abdullah, 2015) Misalkan (U, R) merupakan suatu ruang aproksimasi dan operasi biner $*$ yang didefinisikan pada U . Suatu himpunan bagian tak kosong I dari semigrup kesat S dikatakan ideal kiri (kanan) dari S jika $SI \subseteq \bar{I}$ ($IS \subseteq \bar{I}$). Himpunan bagian tak kosong I dari S dikatakan suatu ideal kesat dari I jika himpunan I merupakan ideal kesat kiri dan sekaligus ideal kesat kanan dari S .