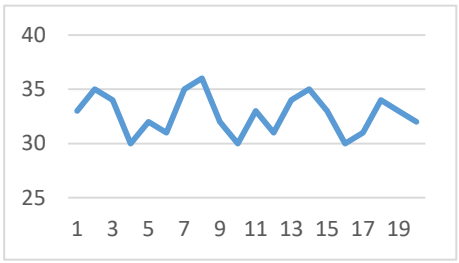
BAB II
LANDASAN TEORI

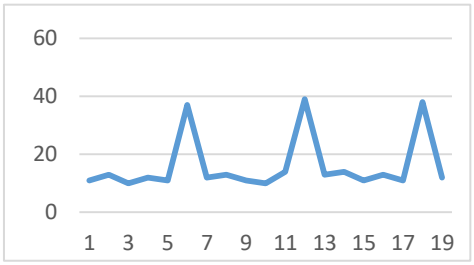
2.1 Pengertian Analisis Runtun Waktu (*Time Series*)

Runtun waktu didefinisikan sebagai kumpulan observasi atau pengamatan yang dibuat secara berurutan sepanjang waktu. Biasanya observasi dalam runtun waktu tidaklah bebas atau bisa dikatakan berkorelasi satu dengan lainya. Oleh karena itu, urutan dari observasi menjadi penting. Runtun waktu muncul dalam berbagai bidang, baik dalam bidang yang berkaitan dengan ilmu-ilmu eksakta maupun ilmu-ilmu sosial. Contoh dalam industri, keuangan, kependudukan, kesehatan, dan lain-lain. Jenis-jenis runtun waktu dapat kita lihat dari berbagai sudut pandang. Berdasarkan jenis datanya runtun waktu dapat dibagi menjadi dua yaitu runtun waktu kontinu yaitu data yang dicatat secara kontinyu (berkelanjutan) dan runtun waktu diskret yaitu data yang dicatat berdasarkan selang waktu tertentu [6]. Pola runtun waktu dapat dibedakan menjadi beberapa yaitu:

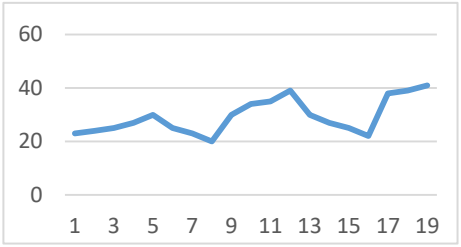
a. Pola acak terjadi karena data yang diambil tidak dipengaruhi oleh faktor-faktor khusus sehingga pola menjadi tidak menentu.
b. Pola *trend* yaitu data cenderum naik maupun turun sepanjang waktu.
c. Pola musiman yaitu data yang dihasilkan oleh kejadian yang terjadi secara musiman atau periodik.



a. Pola Acak



c. Pola Musiman



b. Pola *Trend*

Ada beberapa istilah yang sering ditemui dalam analisis runtun waktu atau *time series analysis* :

1. Stasioneritas berarti tidak ada kenaikan atau penurunan data, yang merupakan asumsi yang sangat penting dalam suatu analisa runtun waktu. Bila tidak terdapat perubahan pada *trend* runtun waktu maka dapat disebut stasioner. Maksudnya, rata-rata pengamatan di sepanjang waktu selalu konstan. Apabila suatu data tidak stasioner maka diperlukan differensiasi pada data tersebut. Yang dimaksud differensiasi disini adalah menghitung perubahan atau selisih nilai data yang diobservasi. Bila data masih belum stasioner maka perlu didifferensiasi lagi hingga stasioner;
2. *Autocorrelation Function* (ACF), merupakan korelasi antar deret pengamatan suatu runtun waktu yang disusun dalam plot setiap lag;
3. *Partial Autocorrelation Function* (PACF), merupakan korelasi antar deret pengamantan dalam lag-lag pengamatan yang mengukur keeratan antar pengamatan suatu deret waktu;
4. *Cross corrrelation*, untuk mengukur korelasi antart deret waktu, tetapi korelasi yang diukur adalah korelasi dari dua deret waktu;
5. Proses *white noise*, merupakan proses stasioner suatu data runtun waktu yang didefinisikan sebagai variabel acak yang independen, tidak berkorelasi, identik, dan terdistribusi; dan
6. Analisis *trend*, analisis ini digunakan untuk menaksir model *trend* suatu data runtun waktu.

2.2. Pengertian Peramalan

Menurut Gaspersz Peramalan adalah metode untuk memperkirakan suatu nilai dimasa depan dengan menggunakan data masa lalu. Peramalan juga dapat diartikan sebagai seni dan ilmu untuk memperkirakan kejadian pada masa yang akan datang, sedangkan aktivitas peramalan merupakan suatu fungsi bisnis yang berusaha memperkirakan penjualan dan penggunaan suatu produk sehingga produk-produk itu dapat dibuat dalam kuantitas yang tepat. [7]. Peramalan dilakukan berdasarkan data yang berbentuk runtun waktu. peramalan sering kali di bedakan menjadi jangka pendek, jangka menengah, dan jangka panjang.

1. Jangka Pendek yaitu peramalan yang dilakukan untuk penyusunan hasil peramalan jangka dekat. Peramalan jangka pendek biasanya dilakukan dalam harian hingga setiap jam
2. Jangka Menengah yaitu peramalan yang dilakukan untuk penyusunan hasil peramalan yang jangka waktunya mingguan hingga bulanan.
3. Jangka Panjang yaitu prakiraan yang dilakukan untuk penyusunan hasil peramalan yang jangka waktunya tahunan atau beberapa tahun kedepan [8]

2.3. Metode ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*)

Metode ARIMA adalah analisis runtun berkala yang dikenal dengan metode Box Jenkins. Metode ini dibentuk dari beberapa model yaitu Model *Autoregresive* (AR), Model *Moving Average* (MA). Metode ini dikembangkan oleh Gwilym Jenkis dan George Box, Menurut Box dan Jenkins metode ARIMA terdiri dari empat tahap yaitu identifikasi model, estimasi parameter, diagnosa model, dan peramalan [17].

2.3.1 Model *Autoregresive* (AR)

Proses *Autoregresive* berarti regresi pada dirinya sendiri. Proses *autoregresive* tingkat ke-*p* dari deret waktu disingkat AR(*p*) memenuhi persamaan:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \phi X_{t-3} + \ldots + \phi_P X_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (2.1)$$

keterangan:

X_t : data pada periode ke-t, $t = 1,2,3,\ldots n$

ϕ_i : koefisien AR ke-i ; $i = 1,2,3,\ldots,p$

X_{t-i} : data pada periode ke-$(t - i)$; $i = 1,2,3,\ldots,p$

ε_t : *error* pada periode ke-t

Contoh model *Autoregressive* tingkat ke-2 AR(2) yaitu:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \varepsilon_t \qquad (2.2)$$

2.3.2 Model *Moving Average* (MA)

Bentuk umum dari *moving average* tingkat ke-*q* atau MA(*q*) yaitu:

$$X_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \theta_3 \varepsilon_{t-3} - \ldots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (2.3)$$

keterangan:

X_t : data pada periode ke-t

ε_t : *error* pada periode ke-*t*

ε_j : koefisien MA ke-*j* ; $j = 1,2,3,\ldots,q$

ε_{t-j} : *error* pada periode ke-(*t-j*) ; $j = 1,2,3,\ldots,q$

Contoh Model *Moving Average* tingkat ke-2 MA(2) yaitu:

$$X_t = \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} \qquad (2.\ 4)$$

2.3.3 Model *Autoregresive Moving Average* (ARMA)

Model ini merupakan gabungan dari *Autoregresive* (AR) periode ke-*p* dan *Moving Average* (MA) periode ke-*q*. Bentuk umum persamaan yaitu:

$$X_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \ldots. + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \ldots - \theta_q\varepsilon_{t-q} \qquad (2.\ 5)$$

keterangan:

X_t : pada periode ke-*t*

ϕ_i : parameter AR orde ke-*i*

X_{t-i} : data pada periode ke- $(t - i)$; $i = 1,2,3,\ldots,p$

ε_t :*error* pada periode ke-*t*

θ_j : koefisien MA ke-*j* ; $j = 1,2,3,\ldots,q$

ε_{t-j} : *error* pada periode ke-(*t-j*) ; $j = 1,2,3,\ldots,q$

Contoh Model *Autoregressive* periode ke-1 *Moving Average* periode ke- 2 ARMA(1,2) yaitu:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1\,\varepsilon_{t-1} - \theta_2\,\varepsilon_{t-2} \qquad (2.\ 6)$$

2.3.4 Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) *(p,d,q).*

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* adalah salah satu model non stasioner. Model ini terdiri dari dua model, model *Autoregresi* dan *Moving Average* yang pertama kali diperkenalkan oleh Box dan Jenkins pada Tahun 1970. Secara umum, model ARIMA dapat ditulis dengan notasi ARIMA(*p.d.q*), dengan *p* adalah derajat proses *autoregresi* (AR), *d* adalah *differencing*, dan *q* adalah derajat proses *moving average* (MA). Bentuk umum model ARIMA (p,d,q) adalah sebagai berikut:

$$\phi(B)(1-B)^d X_t = \phi_0 + \theta(B)\varepsilon_t \quad (2.7)$$

dengan

$$\phi(B) = 1-\phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p \quad (2.8)$$

$(1-B)^d$ = *differencing* tingkat *d*

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q \quad (2.9)$$

Bentuk umum model *Autoregressive Integrated Moving Average* pada persamaan datas dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$X_t = (1 + \phi_1)x_{t-1} + (\phi_2 - \phi_1)x_{t-2} + \ldots + (\phi_p - \phi_{p-1})x_{t-p} - \phi_p x_{t-p-1} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \ldots - \theta_t\varepsilon_{t-q} \quad (2.10)$$

dengan:

X_t : data pada periode ke-*t, t= 1,2,3,…,n*

ϕ_0 : suatu konstanta

X_{t-i} : data pada periode ke-(*t-i) ; t =1,2,3,…,p*

ε_t : *error* pada periode ke-*t*

ϕ_i : koefisien AR ke-*i* ; *i=1,2,3,…,p*

θ_j : koefisien MA ke-j ; *j=1,2,3,…,q*

2.4 Uji Stasioner

Agar data dapat diolah menggunakan model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*), maka data harus bersifat stasioner, dimana stasioner bisa juga disebut sebagai data yang tidak mengandung unsur *trend*. Data X_t dikatakan stasioner apabila memenuhi keriteria berikut:

a. $E(X_t) = \mu$ konstan untuk semua *t*
b. $Var(X_t) = \sigma^2$ untuk semua *t*
c. $Cov(X_t, X_{t+k}) = E[(X_t-\mu)(X_{t+k}-\mu)] = \gamma_k$

Konstan untuk semua *t* dan $k \neq 0$. Stasioner dibedakan menjadi 2 yaitu stasioner terhadap variansi yaitu apabila data tidak memiliki *trend* , musiman dan tidak adanya fluktuasi pada data. Dan setasioner terhadap *mean* yaitu apabila jangkauan data konstan . Data dikatakan stasioner terhadap variansi dapat dilakukan dengan mengecek nilai lamda (λ) = 1 dari data asli menggunakan Box-Cox. Jika λ = 1

berarti data sudah stasioner terhadap variansi [6], sedangkan $\lambda \neq 0$ maka data belum stasioner, sehingga diperlukan transformasi Box-Cox sebagai berikut :

Tabel 2.1 Tranformasi Box-Cox

Nilai λ	Tranformasi
-1	$\frac{1}{X_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{X_t}}$
0	ln X_t
0,5	$\sqrt{X_t}$
1	Tidak Ada Tranformasi

Selain bentuk transformasi tersebut, dapat digunakan transformasi:

$$T(X_t) = \frac{X_t^{\lambda}-1}{\lambda} \qquad (2.\ 11)$$

Uji stasioner terhadap *mean* dapat dilakukan dengan menampilkan plot trend *analysis*, apabila terlihat data *trend* naik maka di lakukan proses *differencing* (pembeda) agar data stasioner terhadap *mean*, setelah melakukan *diffeencing* yang pertama langkah selanjutnya melihat plot data dan bentuk ACF data. Jika ACF menunjukan pola data yang turun lambat maka data dikatakan belum stasioner terhadap *mean*. Sehingga dibutuhkan *differencing* agar datanya menjadi stasioner terhadap *mean*, Sebaliknya jika data ACF turun secara cepat maka data sudah dikatakan stasioner terhadap *mean*.

a. *Augmented Dickey-Fuller* (ADF).

ADF adalah pengembangan versi pengujian *Dickey Fuller* (DF) yang merupakan salah satu uji untuk menentukan suatu data itu stasioner atau nanstasioner. ini dilakukan dengan menggunakan persamaan. [10]

$$X_t - X_{t-1} = \rho X_{t-1} - X_{t-1} + \varepsilon_t \ , -1 \leq \rho \leq 1 \qquad (2.\ 12)$$

$$= (\rho - 1)\, X_{t-1} + \varepsilon_t$$

dapat ditulis: $\Delta X_t = \delta X_{t-1} + \varepsilon_t$

dimana $\delta = (\rho - 1)$ dan ΔX_t *differencing* pertama X_t. uji statistik yang digunakan adalah: $\tau = \frac{\delta}{sd\ \delta}$

a. hipotesis yang digunakan:

H_0: $\delta = 0$ (data tidak stasioner)

H_1: $\delta < 0$ (data stasioner)

b. Kriteria penolakan H_0 jika *p-value* < α dan jika *p-value* > α maka terima H_0. Terima atau tolak H_0 dilihat juga dari nilai kritik Mackinnon, jika nilai dari |kritik Mackinnon| < nilai |statistik *t*| maka tolak H_0 dan nilai dari |kritik Mackinnon| > nilai |statistik *t*| maka terima H_0.

2.5 Fungsi Autukorelasi (ACF) dan Fungsi Autukorelasi Parsial (PACF)

Dalam data runtun waktu untuk mengidentifikasi model data yang mungkin terbentuk maka dengan menggunakan fungsi autokorelasi (ACF) dan fungsi autokorelasi parsial (PACF).

a. Fungsi Autokorelasi (ACF)

Fungsi autokorelasi adalah adalah suatu fungsi yang menunjukan antara hubungan linier dari pengamatan sekarang dengan pengamatan pada waktu sebelumya. Untuk pengamatan data deret waktu X_1, X_2, X_3,… X_n fungsi estimasi parameternya adalah:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k}(X_t - \bar{X})(X_{t-k} - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n}(X_t - \bar{X})^2} \quad , k = 0,1,2,3,\ldots,n \qquad (2.\ 13)$$

Pendugaan koefesien autokorelasi (r_k) yaitu pendugaan koefesien korelasi yang bersangkutan dari ρ_k. Nilai r_k tidak sama dengan nilai ρ_k yang berkorespondensi dikarenakan *error* sampel.

statistik uji yang digunakan: $t = \frac{r_k}{SE(r_k)}$

$$SE(r_k) = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

dengan hipotesis:

H_0 : ρ_k= 0(koefesien autokorelasi tidak berbeda secara signifikan dengan nol)

H_1 : $\rho_k \neq 0$(koefesien autokorelasi berbeda secara signifikan dengan nol)

Kriteria keputusan: tolak H_0 jika $t_{hitung} > t_{\frac{\alpha}{2},df}$ dengan df (derajat bebas) = T-1

b. Fungsi Autukorelasi Parsial (PACF)

Fungsi autukorelasi parsial digunakan untuk mengukur pengaruh hubungan data sekarang X_t dengan data setelahnya X_{t+k} antar lag secara parsial. Fungsi autukorelasi parsial dinotasikan sebagai ϕ_{kk} dengan persamaan:

$$\phi_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1}(\phi_{k-1),j(\rho_{k-j})}}{\sum_{j=1}^{n}(\phi_{k-1),j(\rho_j)}} \quad (2.\ 14)$$

statistik uji yang digunakan: $t = \frac{\phi_{kk}}{SE(\phi_{kk})}$

$$\text{SE}(\phi_{kk}) = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

dengan hipotesis yang digunakan:

H_0 :ρ_k=0(koefesien autokorelasi tidak berbeda secara signifikan dengan nol)

H_1 :$\rho_k \neq$0(koefesien autokorelasi berbeda secara signifikan dengan nol)

Kriteria keputusan: tolak H_0 jika $t_{hitung} > t_{\frac{\alpha}{2},df}$ dengan df (derajat bebas) = T-1

2.6 Tahap -Tahap Menentukan Metode ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average).*

1. Identifikasi Model

Hal pertama yang perlu diperhatikan adalah kebanyakan data runtun waktu bersifat non stasioner. Aspek-aspek AR dan MA dari model ARIMA hanya berlaku jika data runtun waktu yang stasioner. Data dikatakan stasioner jika proses pembangkitan yang mendasari suatu runtun waktu didasarkan pada *mean* dan variansi. Oleh karena itu, jika data runtut waktu belum stasioner maka harus di stasionerkan terlebih dahulu yaitu dengan melakukan tranformasi dan pembedaan (*differencing*).

Setelah data stasioner dilanjutkan dengan identifikasi (menduga) orde AR dan MA yang sesuai dengan menggunakan *correlogram* (plot ACF dan PACF). PACF pada lag *k* menggambarkan korelasi antara X_{t+k} dengan X_t setelah dikurangi depedensi linier dari variabel antara $X_{t+k} \ldots, X_{t+k-1}$

Jika ACF meluruh secara eksponensial menuju ke nol dan PACF signifikan pada lag *p* maka proses tersebut merupakan proses AR (*p*). sebaliknya jika PACF meluruh secara eksponensial menuju ke nol dan ACF signifikan pada lag *q* maka proses tersebut merupakan proses MA (*q*).

AR (*p*) merupakan salah satu proses stokastik berupa model runtun waktu stasioner dengan karakteristik data periode sekarang dependen terhadap *p* buah data periode sebelumnya (meregresikan terhadap dirinya sendiri pada periode yang berbeda).

MA (*q*) merupakan salah satu proses stokastik berupa model runtun

waktu stasioner dengan karakteristik data, periode sekarang merupakan kombinasi linier dari *white noise* periode-periode sebelumnya dengan suatu bobot tertentu. Banyak data runtun waktu (X_t) tidak mengikuti proses AR maupun MA, namun *differencing* orde *d*-nya memenuhi. Dalam kondisi seperti ini X_t mengikuti proses ARIMA (*p,d,q*) [9].

2. Estimasi Parameter

Setelah model sementara didapatkan dengan identifikasi model, tahap selanjutnya mencari estimasi terbaik untuk parameter dalam model. Metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE).* merupakan salah satu metode memperkirakan parameter dari distrbusi Normal dengan memaksimalkan sebuah fungsi kemungkinan sehingga model yang diansumsikan adalah model yang paling mugkin, Metode *Maximum Likelihood Estimation* dapat disebut juga sebagai pendugaan yang memaksimumkan Fungsi *Likelihood* [11] . Untuk sebarang amatan X_1, X_2…….,X_n deret waktu atau bukan, Fungsi Kemungkinan (*Likelihood*) L didefinisikan sebagai densitas peluang bersama mendapatkan data yang diamati. Fungsi kemungkinan ini dianggap fungsi dari parameter yang tidak diketahui dengan amatan data dianggap tetap (*fixed*). Untuk Model ARIMA Fungsi Kemungkinan L adalah fungsi dari ϕ, θ, μ, dan σ_ε^2 diketahui X_1, X_2…….,X_n
Sebagai Contoh AR(1) yaitu dengan persamaan:

$$X_t = \phi x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2.\ 15)$$

diansumsikan ε_t saling bebas dan berdistribusi normal dengan nilai tengah dan simpangan baku σ_ε. Fungsi densitas peluang masing – masing ε_t adalah

$$(2\pi\sigma_\varepsilon^2)^{-1/2} \exp(-\varepsilon t^2/(2\sigma_\varepsilon^2)), \quad \text{untuk } -\infty < \varepsilon_t < \infty \qquad (2.\ 16)$$

dan mengingat saling bebas, fungsi densitas peluang bersama $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots \varepsilon_n$ adalah

$$(2\pi\sigma_\varepsilon^2)^{(n-1)/2)} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma\varepsilon 2} \sum_{t=2}^{n} \varepsilon_t^2\right) \qquad (2.\ 17)$$

Misalkan:

$$X_2 - \mu = \phi(X_1 - \mu) + \varepsilon_2$$
$$X_3 - \mu = \phi(X_2 - \mu) + \varepsilon_3$$
$$\ldots$$
$$X_n - \mu = \phi(X_{n-1} - \mu) + \varepsilon_n$$

Maka diperoleh

$$f(X_2, X_3, \ldots, X_n | X_1) = (2\pi\,\sigma_\varepsilon^2)^{-(n-1)/2}\ \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\beta\sum_{t=2}^{n}[(X_t - \mu) - \phi(X_{t-1} - \mu]^2\right) \quad (2.18)$$

Fungsi kemungkinan yang bersesuaian adalah: [12]

$$L(\phi,\mu,\sigma_\varepsilon^2) = (2\pi\sigma_\varepsilon^2)^{-n/2}(1-\phi^2)^{1/2}\exp[-S(\phi,\mu)/2\sigma_\varepsilon^2] \quad (2.19)$$

dengan

$$S(\phi,\mu) = \sum_{t=2}^{n}[(X_t - \mu) - \phi(X_{t-1} - \mu)]^2 + (1-\phi^2)(X_t - \mu) \quad (2.20)$$

estimator AR maksimumkan *Likelihood* S(ϕ,μ) dari persamaan 2.20 dengan menurunkan parsial terhadap ϕ dan μ maka akan diperoleh estimator AR dengan memaksimumkan fungsi *Likelihood* sebaga berikut:

$$\hat{\phi} = \frac{\sum_{t=2}^{n}(X_t - \mu)}{\sum_{t=2}^{n}(X_{t-1} - \mu)^2 - 1} \quad (2.21)$$

dengan cara yang sama dengan estimator AR, dengan memaksimumkan fungsi *Likelihood* pada turunan parsial terhadap θ dan μ maka didapatkan estimator MA sebagai berikut:

$$S(\theta,\mu) = \sum_{t-1}^{n} X_t - \theta q\,\alpha_{t-1} - \ldots - \theta_q\alpha_{t-q} \quad (2.22)$$

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{t=2}^{n} X_t - \alpha_{t-1}}{\sum_{t-2}^{n}(\alpha_{t-1})^2} \quad (2.23)$$

Pada tahap identifikasi model yang mungkin terbentuk dilakukan statistik uji *t* dengan:

untuk parameter AR $t_{hitung} = \frac{\hat{\phi}}{sd\,(\phi)}$ (2.24)

untuk parameter MA $t_{hitung} = \frac{\hat{\theta}}{sd\,(\theta)}$

a. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian ini adalah sebagai berikut:
   H_0 : Parameter tidak signifikan
   H_1 : Parameter signifikan
b. Daerah Kritis: tolak H_0 jika $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}}$ n-1 atau *p-value* < α = 0,05 (model layak digunakan)

3. Diagnosa Model

Setelah parameter dari model terestimasi, maka langkah selanjutnya adalah melakukan uji diagnostik untuk meyakinkan apakah spesifikasi modelnya telah benar. Ada tiga uji yang dilakukan yaitu plot *residual*, uji autokerelasi *residual* dan uji kenormalan *residual.*

a. Plot *Residual*

Pada uji ini dapat dilihat secara visualisasi plot *residual* Model ARIMA, model dapat dikatakan baik apabila *residual* model memiliki pola dan variansi yang konstan.

b. uji autukorelasi *residual*

Uji autokorelasi dilakukan untuk mengetahui apakah *residual* mempunyai autokorelasi ataukah tidak, bisa dilihat dari nilai *p-value* pada *Ljung Box Chi-square statistik* dengan acuan sebagai berikut:

1. Hipotesis H_0 : residual data mengandung autokorelasi
   H_1 : residual data tidak mengandung autokorelasi
2. Daerah Kritis : Tolak H_0 jika p-value pada Ljung Box > α = 0,05

Selain uji diatas, untuk melakukan apakah model yang kita dapatkan sudah baik atau belum maka dapat juga menggunakan uji autokorelasi test (uji Box-pierce) dapat juga disebut Statistik Q. Uji ini digunakan untuk melihat apakah terdapat korelasi pada masing-masing galat yang dihaslkan oleh model. Uji ini menggunakan persamaaan sebagai berikut [13]:

$$Q = n \sum_{k=1}^{m} r^2_k \qquad (2.\ 25)$$

dengan Q menyebar mengikuti sebaran *Chi-kuadrat (χ^2)* dengan derajat bebas (db) = m – p – q.

keterangan:

m : banyak lag maksimum

n : N – d

N : banyak pengamatan asli

r_k : autokorelasi lag ke-k

setelah mendapatkan nilai Statistik Q selanjutnya melakukan penggujian dan menentukan level toleransi (α) yang nilainya 5%, dengan kriteria penggujian sebagai berikut:

1. Jika $Q \leq \chi^2_{(\alpha,db)}$= Himpunan tidak ada autokorelasi pada sebaran galat (error) dan model yang diperoleh sudah sesuai.
2. Jika $Q > \chi^2_{(\alpha,db)}$= Himpunan terdapat autokorelasi pada sebaran galat (error) dan model yang diperoleh tidak sesuai atau bukan model Peramalan terbaik.

c. uji kenormalan *residual*

Tahap selanjutnya menggunakan uji normalitas *residual*. Uji normalitas *residual* yaitu dengan melihat histogram *residual* yang dihasilkan model. Jika histogram *residual* telah mengikuti pola kurva normal, maka model telah memenuhi asumsi normalitas sehingga layak digunakan untuk peramalan pada waktu yang akan datang. untuk menguji normalitas *residual* dapat digunakan uji hipotesis normalitas Kolmogorov - Smirnov dengan acuan sebagai berikut:

1 Hipotesis H_0 : residual tidak berdistribusi Normal

H_1 : residual berdistribusi Normal

. 2. Daerah Kritis : Tolak H_0 jika *p-value* > α = 0,05

4. Peramalan

Langkah terakhir adalah meramalkan nilai untuk periode selanjutnya dari model terbaik. Jika data semula sudah melalui transformasi, peramalan yang kita dapat harus dikembalikan ke bentuk semula. peramalan suatu data baik dilakukan untuk jangka waktu yang singkat sedangkan peramalan untuk jangka waktu yang panjang kurang baik untuk dilakukan sebab bila kita meramalkan jauh ke depan tidak akan diperoleh nilai empiris untuk residual setelah beberapa waktu, sehingga hal tersebut menyebabkan nilai harapan residual seluruhnya bernilai nol dan angka peramalan menjadi kurang akurat. Peramalan ini sesungguhnya merupakan penjabaran dari persamaan berdasarkan koefisien-koefisien yang didapat, sehingga kita dapat menentukan kondisi di masa yang akan datang.

2.7 Pengukuran Kesalahan Peramalan

a. *Mean Absolute Percentage Eror* (MAPE)

MAPE menunjukan akurasi peramalan dalam bentuk presentase. Perhitungan akurasi dengan MAPE biasanya lebih banyak dipakai karena mudah dibaca (karena dalam bentuk presentase).

$$\text{MAPE} = \sum_{t=1}^{n} \left(\frac{\left| \frac{(X_t - ft)}{X_t} \right|}{n} \right) \times 100\% \quad (2.\ 26)$$

keterangan:

n : banyaknya data

X_t : nilai sebenarnya pada periode ke-*t*

f : nilai peramalan pada periode ke-*t*

Semakin rendah nilai MAPE, maka dapat dikatakan model peramalan memiliki kemampuan yang baik. Range nilai untuk MAPE dapat dilihat pada tabel berikut: [16]

Tabel 2. 2 Signifikansi nilai kesalahan MAPE

MAPE	Signifikansi
<10%	Kemampuan peramalan yang sangat baik
10-20%	Kemampuan peramalan baik
20-50%	Kemampuan peramalan layak/memadai
>50%	Kemampuan peramalan buruk

2.8 Kebaikan Model Peramalan

Model yang diperoleh digunakan untuk meramalkan data pada periode yang akan datang. Menilai baik atau buruknya model dapat dihitung dengan menggunakan koefisien determinasi (R^2), dengan rumus: [14]

$$R^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n} (\tilde{X}_t - \bar{x})^2}{\sum_{t=1}^{n} (Xt - \bar{x}))^2} \quad (2.\ 27)$$

keterangan:

R^2 : koefisien determinasi

$X_{t:}$: data aktual pada waktu ke-*t*

f_t : data asil peramalan pada waktu ke-*t*

$\bar{x}$: rata-rata dari data aktual

Makin dekat nilai dengan 1 maka makin baik kecocokan data dengan model, sebaliknya makin dekat nilai dengan 0 maka makin jelek model yang diperoleh. (R^2) biasanya dibentuk dalam persen.