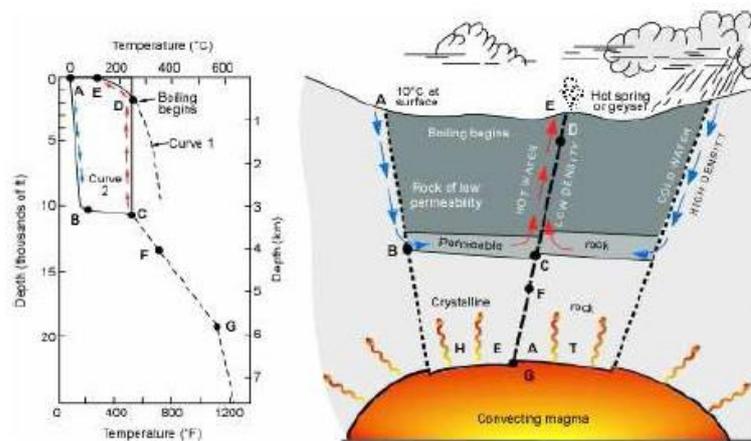


BAB II TEORI DASAR

2.1 Sistem Panas Bumi

Sistem panas bumi (*geothermal*) adalah salah satu bentuk energi panas alami yang dihasilkan dari dalam bumi dengan fluida yang terkandung di dalamnya. Sumber daya energi panas bumi pada umumnya berkaitan dengan mekanisme pembentukan magma dan kegiatan vulkanisme, mekanisme tersebut diakibatkan karena adanya pergerakan lempeng yang terjadi di batas lempeng [8]. Energi panas yang di transfer secara konduktif pada lingkungan tektonik lempeng diperbesar oleh gerakan magma dan sirkulasi hidrotermal yang membentuk zona reservoir hidrotermal (gambar 2.1).



Gambar 2.1 Model Sistem Panas Bumi [8]

Suhu bumi akan mengalami peningkatan yang konstan seiring dengan bertambahnya kedalaman, dimana perubahan suhu bumi ini biasa disebut *gradient* panas bumi [8]. Rata-rata peningkatan temperatur pada kerak bumi memiliki ukuran sekitar $25^{\circ}\text{C}/\text{km}$ hingga $30^{\circ}\text{C}/\text{km}$, namun hal tersebut mencakup secara global dan masih terdapat kemungkinan untuk adanya perbedaan antara satu tempat dengan tempat lainnya, seperti contoh pada daerah vulkanik mempunyai *gradient* panas bumi yang lebih tinggi di kedalaman dangkal dibandingkan daerah

lainnya pada kedalaman yang sama. Terdapat lima komponen idael yang harus dimiliki dalam sistem panas bumi yaitu [9]:

1. Sumber panas (*heat source*)

Sumber panas merupakan lapisan batuan plutonik yang bersentuhan dengan intrusi magma yang memanaskan fluida di atasnya.

2. *Impermeable rock (clay cap)*

Impermeable rock merupakan lapisan batuan yang menjadi penutup batuan reservoir sehingga fluida tetap terperangkap di dalamnya.

3. Struktur geologi (patahan, sesar)

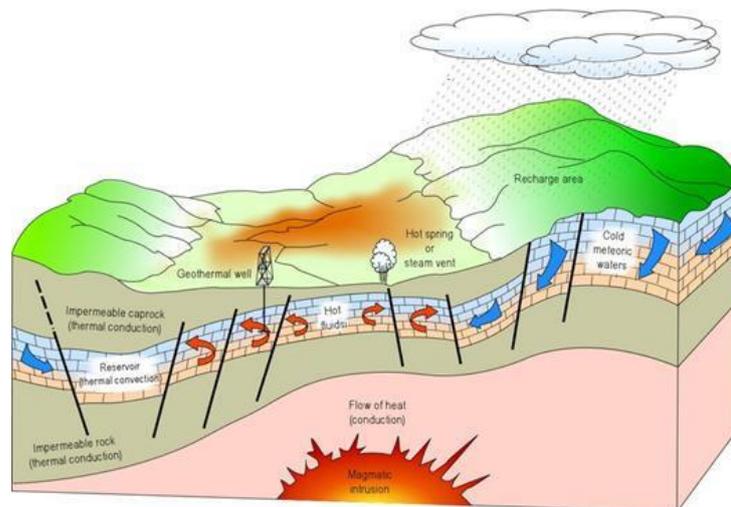
Struktur geologi merupakan jalur keluar/masuk fluida ke bawah permukaan bumi menuju zona reservoir.

4. Zona reservoir

Zona ini merupakan tempat ditampungnya fluida panas dengan porositas dan permeabilitas yang baik.

5. *Recharge area*

Recharge area merupakan tempat penampungan *freshwater* atau hasil presipitasi, seperti sungai, danau, maupun laut yang menyediakan air meteorik. Air tersebut akan masuk ke dalam permukaan bumi melalui rekahan/patahan yang terdapat pada lapisan batuan.

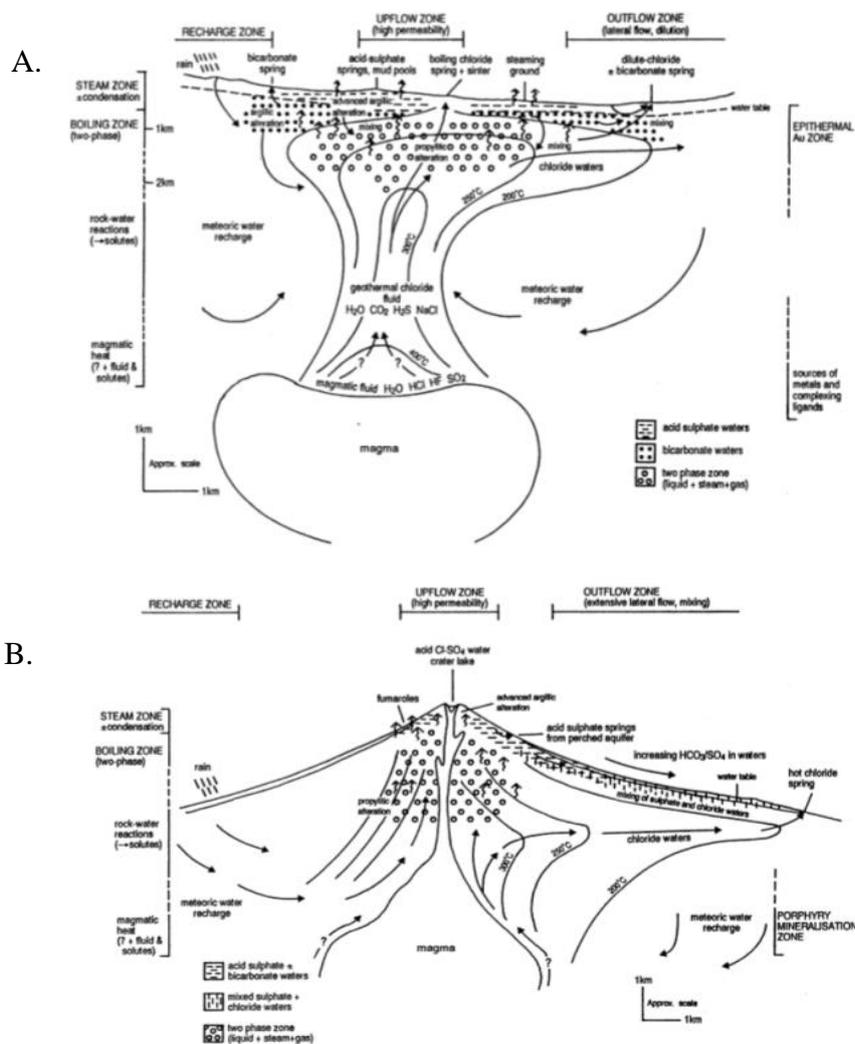


Gambar 2.2 Sistem Panas Bumi [9]

Pada sistem panas bumi bersuhu tinggi, sistem diklasifikasikan kembali menjadi dua berdasarkan fasa fluida reservoirnya, yaitu [10]:

1. *Water-dominated system*

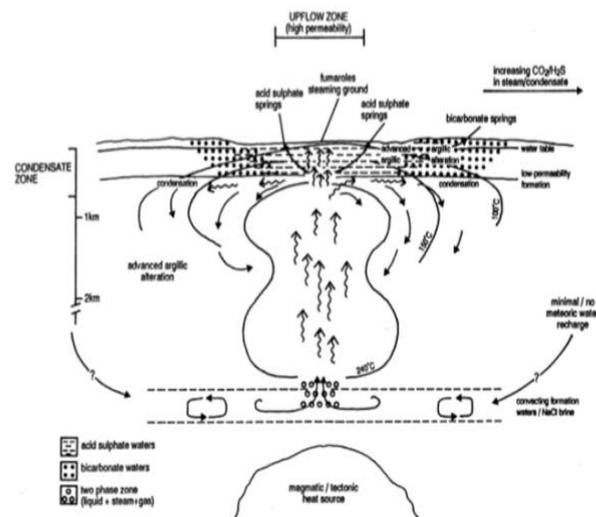
Terdapat dua sistem yang menampilkan struktur aliran lateral yang dibuat dengan gradien hidrolik yang kuat. Pada sistem *low-relief* dicirikan dengan mata air panas dan kolam air klorida. Cairan panas yang dalam dapat mencapai permukaan karena variasi topografi yang sedikit. Pada sistem *high-relief* berada pada wilayah kepulauan, dengan keberadaan lapisan batuan andesit hasil vulkanisme dan topografi yang curam sehingga fluida klorida tidak dapat mencapai permukaan.



Gambar 2.3 Sistem panas bumi *water-dominated system low-relief* (A) dan *high-relief* (B) [10]

2. Vapour-dominated system

Keberadaan fumarol, *steaming ground*, dan air panas asam sulfat merupakan ciri khas pada sistem ini. Reservoir terdiri dari uap dengan gas-gas. Uap akan naik ke zona *up-flow* dari kedalaman dan mengalir pada dasar *cap rock* yang memiliki permeabilitas yang rendah. Pada saat uap mendingin, kemudian akan mengalir, terkondensasi dan turun ke zona reservoir dan resirkulasi.



Gambar 2.4 Sistem panas bumi *vapour-dominated system* [10]

2.2 Metode Mikroseismik

Metode mikroseismik adalah salah satu metode yang digunakan untuk mengidentifikasi gempa kecil dengan magnitudo ≤ 3 [11]. Kejadian sumber gempa mikro berhubungan dengan pergerakan rekahan yang terjadi secara alami, ataupun terinduksi secara artifisial yang menghasilkan deformasi rekahan. Emisi akustik sumber seismik pasif dapat diamati dengan cara melakukan pengamatan mikroseismik menggunakan instrumen seismometer.

Pada lapangan panas bumi, informasi hiposenter mikroseismik dapat digunakan untuk melihat kecenderungan arah aliran air injeksi dan menggambarkan struktur geologi berupa rekahan dan/atau sesar yang merupakan zona dengan permeabilitas relatif tinggi untuk penentuan sumur produksi baru [12]. Mikroseismik juga

merupakan suatu teknik yang dapat memberikan gambaran informasi akibat proses *hydraulic fracturing*, antara lain:

1. Orientasi rekahan, beserta panjang dari setiap arah.
2. Bentuk rekahan yang terstimulasi.
3. Area dan volume rekahan yang distimulasi.
4. Peningkatan permeabilitas dari reservoir.

Prinsip dasar yang digunakan dalam mikroseismik adalah gelombang seismik dan prinsip penjalaran gelombang seismik yang dibahas sebagai berikut.

2.2.1 Gelombang Seismik

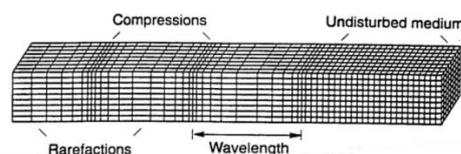
Gelombang seismik merupakan gelombang yang perambatannya bergantung pada sifat elastisitas batuan. Gelombang seismik sendiri dapat ditimbulkan dengan metode aktif dan pasif. Sumber metode aktif berasal dari gangguan yang dibuat oleh manusia, contohnya pukulan palu, ledakan dinamit, *air gun*, *vibroiseis*, dll. Sedangkan sumber dari metode pasif berasal dari alam, contohnya gempa bumi. Gelombang seismik terdiri dari gelombang badan (*body wave*) dan gelombang permukaan (*surface wave*) [11].

1. Gelombang Badan

Gelombang badan merupakan gelombang yang merambat di dalam tubuh batuan. Energi penjalaran tersebut dapat merambat ke segala arah di dalam bumi. Gelombang badan terdiri atas gelombang primer dan gelombang sekunder.

a) Gelombang Primer (P)

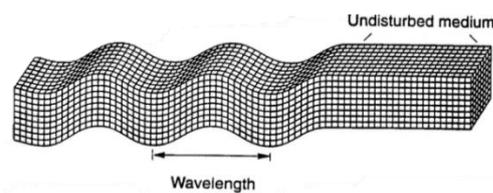
Gelombang primer atau gelombang kompresi yang memiliki kecepatan lebih tinggi daripada gelombang S. Gelombang ini merupakan gelombang longitudinal, dengan gerak partikel merambat bolak-balik dengan arah rambatnya. Kecepatan gelombang P (V_p) bergantung pada konstanta lame (λ), rigiditas (μ), dan densitas (ρ) medium yang dilalui.



Gambar 2.5 Ilustrasi Gerakan Partikel Gelombang P [13]

b) Gelombang Sekunder (S)

Gelombang sekunder atau gelombang *shear* adalah gelombang yang tiba setelah gelombang P. Gelombang ini disebut gelombang S atau transversal dan memiliki gerakan partikel berarah tegak lurus terhadap arah penjalaran gelombang. Jika arah gerakan partikel berorientasi dengan bidang horizontal, maka gelombang S tersebut adalah gelombang S horizontal (SH), namun jika pergerakan partikel pada bidang vertikal, maka gelombang S tersebut adalah gelombang S vertikal (SV).



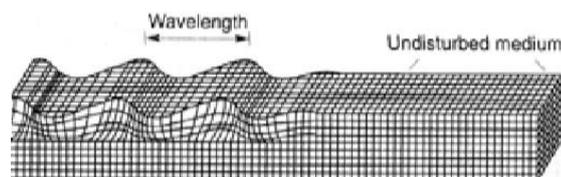
Gambar 2.6 Ilustrasi Gerakan Partikel Gelombang S [13]

2. Gelombang Permukaan

Gelombang permukaan merupakan gelombang elastik yang menjalar permukaan bumi. Gelombang permukaan terdiri dari gelombang *love* dan gelombang *rayleigh*.

a) Gelombang *Love*

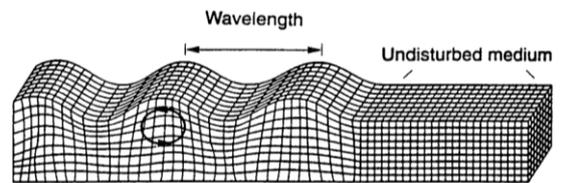
Gelombang *love* merupakan gelombang permukaan yang terjadi pada saat kecepatan geser pada lapisan teratas lebih besar dari lapisan bawahnya. Gelombang ini merupakan hasil polarisasi gelombang S dalam arah horizontal dan menggerakkan tanah dari sisi ke sisi dalam bidang horizontal yang sejajar dengan permukaan bumi [11]. Sehingga gerakan gelombang ini horizontal dan melintang.



Gambar 2.7 Ilustrasi Gerakan Partikel Gelombang *Love* [13]

b) Gelombang *Rayleigh*

Gelombang *Rayleigh* merupakan gelombang permukaan yang merambat dengan gerak partikel yang menyerupai elips dan bergerak mundur. Sumbu mayor elips tegak lurus dengan permukaan dan sumbu minor sejajar dengan arah penjalaran gelombang. Gelombang ini menggerakkan partikel baik secara vertikal maupun horizontal dalam bidang vertikal yang diarahkan pada arah rambat gelombang [11].



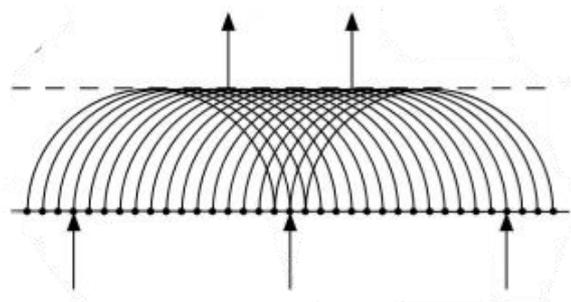
Gambar 2.8 Ilustrasi Gerakan Partikel Gelombang *Rayleigh* [13]

2.2.2 Prinsip Penjalaran Gelombang Seismik

Pada prinsip penjalarnya, gelombang seismik didasarkan pada Prinsip Huygens, Hukum Snell, dan Prinsip Fermat:

1. Prinsip Huygens

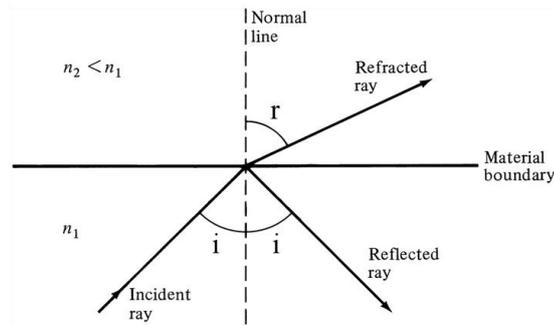
Prinsip Huygens dalam metode seismik menjelaskan bahwa setiap titik pada muka gelombang merupakan sumber dari gelombang baru yang menjalar dalam bentuk bola (*spherical*). Muka gelombang yang menjalar menjauhi sumber adalah superposisi dari beberapa muka gelombang yang dihasilkan dari sumber gelombang baru. Hal ini membantu menjelaskan tentang informasi gangguan seismik yang terjadi di dalam bumi.



Gambar 2.9 Ilustrasi Prinsip Huygens [14]

2. Hukum Snell

Hukum Snell menjelaskan bahwa gelombang akan dipantulkan atau dibiaskan pada bidang batas antar dua medium. Hukum ini berguna dalam menentukan berkas sinar (*raypath*) dan waktu tempuh gelombang seismik.



Gambar 2.10 Ilustrasi Hukum Snell (Pemantulan dan pembiasan gelombang seismik) [14]

Gambar diatas mengilustrasikan gelombang tersebut mengalami refraksi pada bagian atas dan refleksi pada bagian bawah, dimana i adalah sudut kritis.

3. Prinsip Fermat

Prinsip Fermat menyatakan bahwa gelombang yang menjalar dari satu titik ke titik yang lain akan memilih lintasan dengan waktu tempuh minimum [15]. Dengan demikian dapat diketahui variasi kecepatan gelombang pada suatu medium. Penelurusan jejak sinar seismik ini dapat membantu penentuan zona berkecepatan tinggi dan rendah.

2.3 Tomografi Seismik

Tomografi seismik adalah suatu proses rekonstruksi suatu objek atau model dari observasi besaran fisis interior bumi berdasarkan efek penjalaran suatu radiasi gelombang melalui benda yang diamati. Hasil penjalaran radiasi gelombang tersebut dapat merepresentasikan keadaan suatu objek tersebut. Konsep dasar pada inversi tomografi seismik waktu tempuh adalah melakukan pemodelan ke depan (*forward modeling*) dan pemodelan ke belakang (*inverse modeling*).

2.3.1 Parameterisasi Model

Parameterisasi model merupakan proses dari tahapan yang dilakukan sebelum proses tomografi. Pada proses ini dilakukan penentuan grid, besaran grid, dan luasan grid pada model kecepatan struktur latar belakang yang dilakukan untuk menghasilkan resolusi investigasi pencitraan tomografi yang optimal. Jumlah *event* mikroseismik dan stasiun yang banyak serta distribusi yang tersebar dengan baik akan menentukan luasan grid yang digunakan. Berikut merupakan beberapa contoh skala grid untuk tomografi seismik:

1. Skala global dengan ukuran blok ($2^\circ - 5^\circ$)
2. Skala regional dengan ukuran blok ($0.5^\circ - 2^\circ$)
3. Skala lokal dengan ukuran blok (10 km – 20 km)
4. Skala gunung api dengan ukuran blok (2 km)
5. Skala eksplorasi dan geoteknik dengan ukuran blok (1 m – 5 m)
6. Skala gabungan, menggabungkan skala global dan regional.

2.3.2 *Forward modeling First Arrival Seismik Tomography (FAST)*

Pada penelitian ini dilakukan pemodelan tomografi waktu tempuh dengan menggunakan perangkat lunak *first arrival seismic tomography (FAST)* yang dikembangkan oleh Zelt dan Barton (1998). Perangkat lunak ini menggunakan penyelesaian persamaan eikonal dengan metode beda hingga (*finite difference*) untuk proses pemodelan ke depan yang menghasilkan waktu tempuh. Waktu tempuh yang didapatkan akan dibandingkan dengan data pengukuran untuk mengetahui kecocokan data, jika kecocokan data memiliki nilai yang tidak terlalu jauh maka akan dilakukan kembali perhitungan dengan mengganti model bentuk awal, yang disebut *inverse modeling*. Kecocokan data hitung dapat dilihat juga dari hasil nilai *travel time* residual yang kecil dan memiliki sifat konvergen, serta nilai uji *chi-square* dengan nilai hasil uji yang baik adalah mendekati satu [16]. Proses tersebut dilakukan secara iteratif hingga mendapatkan tingkat kecocokan yang baik.

2.3.3 Persamaan Eikonal

Persamaan eikonal dapat digunakan untuk menyelesaikan perhitungan waktu rambat gelombang [17]. Persamaan ini merupakan persamaan gelombang yang hanya mengontrol waktu tempuh dari gelombang yang menjalar pada suatu medium. Solusi dari persamaan eikonal adalah waktu tempuh dari gelombang suatu sumber (*source*) ke titik-titik penerima (*receiver*) di dalam model. Apabila *travel time* dari *source* ke setiap titik *receiver* di dalam model tersebut diketahui, maka akan diperoleh gambaran muka gelombang (*wavefront*) tercepat dari gelombang seismik yang dibangkitkan dari titik sumber tersebut.

Fungsi gelombang dapat menggambarkan perpindahan satu partikel pada suatu medium. Hal tersebut bergantung pada dimensi ruang dan waktu, sehingga secara umum fungsi gelombang dapat dinyatakan dengan $u(x, t)$. Gelombang 1 dimensi merambat dalam arah x dan bergerak dengan kecepatan konstan yang dinyatakan sebagai,

$$u(x, t) = f(\phi) \quad (2.1)$$

$$\phi = x \pm vt \quad (2.1a)$$

Dengan menggunakan aturan berantai, persamaan umum gelombang adalah:

$$\nabla^2 u = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.2)$$

Dimana v adalah kecepatan, maka jika diasumsikan nilai $v = c$ dan $u = p$, persamaan gelombang dapat dituliskan kembali:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2(x)} \ddot{p} \quad (2.3)$$

Dimana p adalah *displacement* gelombang seismik, $c(x)$ adalah kecepatan gelombang seismik yang merambat pada medium. Jika p di diferensialkan satu kali terhadap waktu $\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)$, maka akan mendapatkan kecepatan dengan maksud kecepatan pergerakan *displacement* atau kecepatan partikel mediumnya. Pada

kasus perambatan gelombang, dengan asumsi solusi persamaan 2.3 sebagai berikut:

$$p(x, t) = P(x)e^{-i\omega(t-T(x))} \quad (2.4)$$

Dimana p merupakan besaran pada fungsi posisi dan waktu, dan P merupakan fungsi posisi. Persamaan 2.4 merupakan osilasi dengan amplitudo maksimumnya adalah $P(x)$. Kemudian substitusikan persamaan 2.4 ke dalam persamaan 2.3, didapatkan:

$$\nabla p = \nabla P e^{-i\omega T} - i\omega P \nabla T e^{-i\omega T} \quad (2.5)$$

$$\nabla^2 p = \nabla^2 P e^{-i\omega T} - i\omega \nabla P \nabla T e^{-i\omega T} - i\omega \nabla P \nabla T e^{-i\omega T} - i\omega P \nabla [\nabla T e^{-i\omega T}] \quad (2.5a)$$

$$\nabla^2 p = [\nabla^2 P - 2i\omega \nabla P \nabla T - i\omega P \nabla^2 T - \omega^2 P \nabla T \nabla T] e^{-i\omega T} \quad (2.5b)$$

$$\ddot{p} = -P\omega^2 e^{-i\omega T(x)} \quad (2.5c)$$

Persamaan 2.3 dan persamaan 2.5c dikombinasikan untuk mendapatkan komponen riil dan imajiner, maka didapatkan:

$$[\nabla^2 P - \omega^2 P (\nabla T)^2 - i[2\omega \nabla P \nabla T + \omega P \nabla^2 T]] e^{-i\omega T} = \frac{-P\omega^2 e^{-i\omega T}}{c^2} \quad (2.6)$$

Komponen riil pada persamaan 2.6 adalah:

$$\nabla^2 P - \omega^2 P (\nabla T)^2 = -\frac{P\omega^2}{c^2} \quad (2.7)$$

Jika dikalikan dengan $\frac{1}{P\omega^2}$, maka didapatkan:

$$\frac{\nabla^2 P}{P\omega^2} - (\nabla T)^2 = -\frac{1}{c^2} \quad (2.8)$$

Dalam kasus frekuensi tinggi nilai ω menjadi sangat besar, maka didapatkan persamaan berikut:

$$(\nabla T)^2 = \frac{1}{c^2} \quad (2.9)$$

Persamaan 2.9 disebut persamaan eikonal yang menjadi dasar penyelesaian persamaan eikonal 2D dan 3D, ditemukan oleh [17], [18]. Persamaan eikonal ini memberi penyelesaian waktu rambat pada setiap *node* pada medium.

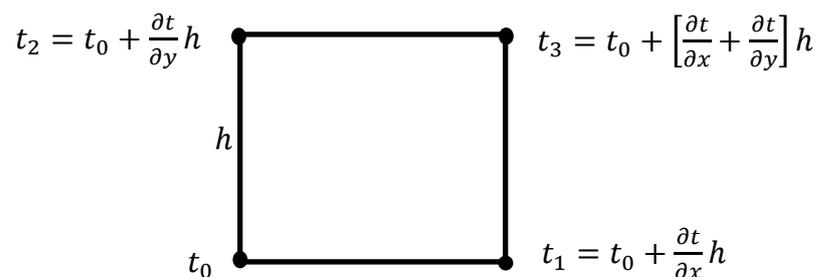
2.3.4 Solusi Persamaan Eikonal menggunakan Metode *Finite difference*

Persamaan eikonal dapat diselesaikan secara numerik dengan menggunakan metode beda hingga (*finite difference*) [19]. Penyelesaian tersebut dilakukan dengan diskritisasi model menjadi elemen-elemen kecil (grid) dengan ukuran dan jumlah tertentu. Setiap grid memiliki empat titik sudut, dan merupakan nilai fungsi (*unkown*) yang akan dicari nilainya. Metode beda hingga melakukan pendekatan terhadap nilai suatu fungsi pada tiap titik sudut (*mesh point* atau *node*) untuk mencari solusi numerik dari suatu persamaan differensial parsial. Pendekatan pada tiap *node* disebut juga hasil interpolasi dari titik sekelilingnya. Persamaan eikonal yang diajukan oleh Vidale (1988) merupakan solusi dari persamaan eikonal (persamaan 2.9). adalah:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)^2 = s^2(x, y) \quad (2.10)$$

$\frac{\partial t}{\partial x}, \frac{\partial t}{\partial y}$ merupakan waktu tiba pertama (*arrival time*) untuk *ray tracing* dari titik sumber yang melewati medium dengan distribusi kelambatan (*slowness*) $s(x,y) = 1/c$.

Dalam ilustrasinya terdapat bentuk sebuah grid *node* dengan asumsi interpolasi bilinear antar *node* (media 2D). Titik sudut kiri bawah ditempatkan t_0 , titik sudut kanan bawah (t_1), titik sudut kanan atas (t_3), dan sudut kiri atas (t_2). *Node* ke 0 diasumsikan mempunyai kecepatan yang diketahui (t_0), dan dipakai untuk menentukan waktu tempuh pada *node* 1, 2, 3 (t_1, t_2, t_3) yang didekati menggunakan deret Taylor orde pertama (Gambar 2.11) [17].



Gambar 2.11 Ilustrasi grid *node* menggunakan metode *finite difference* [18]

Misalkan $f \in C^\infty[a, b]$ dan $x_0 \in [a, b]$, maka untuk nilai-nilai x di sekitar x_0 dan $x_0 \in [a, b]$, f dapat dinyatakan dalam deret Taylor:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^n(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \dots \quad (2.11)$$

Berdasarkan ekspansi deret Taylor tersebut, maka dapat dituliskan ekspansi dari deret Taylor orde pertama pada h (jarak antar *node*),

$$t_1 = t_0 + \frac{\partial t}{\partial x} h \quad (2.12)$$

$$t_2 = t_0 + \frac{\partial t}{\partial y} h \quad (2.13)$$

$$t_3 = t_0 + \left[\frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial t}{\partial y} \right] h \quad (2.14)$$

Persamaan tersebut dapat dijabarkan lebih lanjut menjadi:

$$2h \frac{\partial t}{\partial x} = t_3 + t_1 - t_2 - t_0 \quad (2.15)$$

$$2h \frac{\partial t}{\partial y} = t_3 + t_2 - t_1 - t_0 \quad (2.16)$$

Pada persamaan eikonal, dimana $s = 1/c$, dan dengan memasukkan persamaan 2.15 dan 2.16 didapatkan,

$$(t_3 + t_1 - t_2 - t_0)^2 + (t_3 + t_2 - t_1 - t_0)^2 = 4s^{-2}h^2 \quad (2.17)$$

$$(t_3 - t_0)^2 + (t_1 - t_2)^2 = 2s^{-2}h^2 \quad (2.17a)$$

$$\text{Dimana; } s = \frac{1}{4}(s_0 + s_1 + s_2 + s_3) \quad (2.17b)$$

Dengan s_0, s_1, s_2 . dan s_3 adalah *slowness* pada *node* 0, 1, 2, dan 3.

Berdasarkan persamaan 2.17b, maka penyelesaian untuk t_1, t_2 , dan t_3 dari formula Vidale yaitu,

$$t_1 = t_0 + \left(\frac{s_0 + s_1}{2} \right) h \quad (2.18)$$

$$t_2 = t_0 + \left(\frac{s_0 + s_2}{2} \right) h \quad (2.19)$$

$$t_3 = t_0 + \sqrt{2s^2h^2 - (t_1 - t_2)^2} \quad (2.20)$$

2.3.5 Inversi Tomografi Waktu Tempuh

Dalam menyelesaikan suatu pemodelan inversi tomografi diperlukan tomografi waktu tempuh. Pada dasarnya tomografi waktu tempuh merupakan suatu permasalahan inversi non-linear yang dapat diselesaikan dengan linearisasi dan iterasi. Waktu tempuh sepanjang lintasan sinar seismik melalui medan *slowness* didapatkan dari persamaan:

$$T_{ij} = \int_{L_{ij}} s(x(l)) dl \quad (2.21)$$

Dimana dl merupakan panjang segmen sinar yang melalui lintasan sinar L_{ij} dari sumber ke penerima. Persamaan 2.21 merupakan persamaan diferensial non-linear karena integrasi sinar bergantung pada lintasan itu sendiri di dalam *slowness*. Waktu tempuh yang melewati *slowness* referensi (s_0) dan sepanjang lintasan sinar L_{ij}^0 adalah T_{ij}^0 , sehingga persamaan 2.21 dituliskan kembali menjadi:

$$T_{ij}^0 = \int_{L_{ij}^0} s_0(x(l)) dl \quad (2.22)$$

Linearisasi persamaan eikonal terhadap model *slowness* dihasilkan dari perubahan waktu tempuh menjadi perturbasi *slowness* yang kecil (Δs), menghasilkan persamaan:

$$T_{ij} = \int_{L_{ij}} [s_0(x(l)) + \Delta s(x(l))] dl \quad (2.23)$$

Berdasarkan prinsip fermat yang menyatakan bahwa tidak ada perubahan panjang lintasan sinar meskipun terdapat pembagian antar sinar ($L_{ij} \approx L_{ij}^0$), maka waktu tunda dituliskan sebagai:

$$\delta t_{ij} = \sum_{j=1}^M \delta s_{ij} \partial L_{ij}^0 \quad (2.24)$$

Dimana M adalah jumlah sel dalam model, ∂L_{ij}^0 adalah panjang segmen yang dilintasi sinar dari sinar i dalam sel j pada model referensi.

1. Inversi *Least Squares* Linear

Metode *least squares* linear dapat didekati menggunakan operasi matriks. Pada persamaan 2.24 dapat ditulis menjadi:

$$\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{d} \quad (2.25)$$

Dimana \mathbf{G} memiliki elemen $G_{ij} = \partial L_{ij}^0$, \mathbf{m} adalah vektor model dengan $m_{ij} = \delta s_{ij}$, dan \mathbf{d} adalah vektor data dengan elemen $d_{ij} = \delta t_{ij}$. Penyelesaian persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan meminimalisasi *least square* dengan meminimumkan nilai *error*, dapat didefinisikan dengan:

$$E = \sum_{i=1}^N (\delta t_{ij})^2 \quad (2.26)$$

Metode ini memperkirakan solusi dari permasalahan inversi dengan mencari parameter model yang meminimasi pengukuran panjang data yang dimodelkan. Solusi tersebut menghitung kesalahan (E) yang didapatkan terhadap parameter model (m) dengan menghasilkan nilai nol, dapat dituliskan menjadi:

$$\mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{m} - \mathbf{G}^T \mathbf{d} = 0 \quad (2.27)$$

$$\mathbf{m} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d} \quad (2.27a)$$

2. Inversi *Least Squares* Teredam

Solusi kesalahan prediksi data dengan faktor kesalahan yang sama dengan nol sangat sulit untuk didapatkan, maka cara yang dapat digunakan hanyalah optimalisasi hasil untuk memperoleh solusi terbaik dengan kriteria tertentu. Hal tersebut bergantung kepada jumlah data dan jumlah parameter model yang dicari. Pada persamaan 2.27a merupakan solusi permasalahan inversi yang memberikan jumlah data (n) yang sama banyak dengan jumlah parameter model (m), permasalahan ini disebut *even-determined*.

Pada kasus jumlah data (n) lebih kecil daripada jumlah parameter model (m) yang dicari, permasalahan ini disebut *under-determined* [20]. Untuk mengatasi masalah tersebut maka diperlukan informasi tambahan yang diharapkan dapat memberi batasan terhadap model yang dicari. Informasi ini disebut dengan informasi “a

priori”. Penggunaan informasi ini cenderung subyektif, sehingga diperlukan kecermatan dalam penentuannya, guna hasil yang didapatkan dapat menggambarkan hasil data yang sebenarnya dan bukan akibat pengaruh informasi “a priori”. Pendekatan yang dapat digunakan untuk mencari solusi inversi pada kasus ini yaitu dengan inversi *least squares* teredam [20], yaitu:

$$\mathbf{m} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \epsilon^2 \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d} \quad (2.28)$$

Dimana ϵ^2 adalah bilangan positif sebagai bobot relatif antara kedua faktor yang diminimumkan, \mathbf{I} adalah matriks identitas. Redaman ini berasosiasi dengan proses “meredam” ketidak-stabilan yang mungkin timbul akibat keterbatasan data pada inversi.

3. *Regularized inversion*

Informasi “a priori” yang terlalu banyak dapat menimbulkan permasalahan pada parameter model inversi *least squares* teredam. Hal tersebut dapat menghasilkan kesalahan interpretasi hasil akhir, dimana hasil hanya akan menjelaskan pengaruh “a priori” yang dominan bukan dari data pengamatan. Zelt dan Barton (1998) menggunakan skema regularisasi dengan cara meminimasi suatu fungsi obyektif yang mengatur data misfit dan ukuran kekasaran model. Fungsi obyektif (Φ) tersebut diminimasi pada setiap iterasi dengan:

$$\Phi(\mathbf{m}) = \delta \mathbf{t}^T \mathbf{C}_d^{-1} \delta \mathbf{t} + \lambda [\mathbf{m}^T \mathbf{C}_h^{-1} \mathbf{m} + \omega \mathbf{m}^T \mathbf{C}_v^{-1} \mathbf{m}] \quad (2.29)$$

Dimana $\delta \mathbf{t} = \mathbf{t} - \mathbf{G}(\mathbf{m})$ adalah vektor data residual, \mathbf{m} adalah vektor model, \mathbf{C}_d adalah matriks data kovarian yang merupakan matriks diagonal dan terdiri dari informasi ketidakpastian hasil *picking*, \mathbf{C}_h dan \mathbf{C}_v adalah kekasaran matriks arah horizontal dan vertikal, λ adalah parameter *trade-off*. Pada kasus tomografi 2D, \mathbf{C}_h dan \mathbf{C}_v merupakan matriks diagonal dimana elemen *non-zero* merupakan skema beda hingga orde dua dari operator Laplace. Parameter ω adalah parameter yang mengontrol skema inversi, yaitu:

$$\omega = \alpha s_z + (1 - \alpha) s_p \quad (2.30)$$

Dimana α adalah parameter yang mengontrol pembobotan relatif dari pembatasan perturbasi terkecil (s_p) terhadap persamaan yang membatasi parameter model *smoothness* (s_z) vertikal dan horizontal.

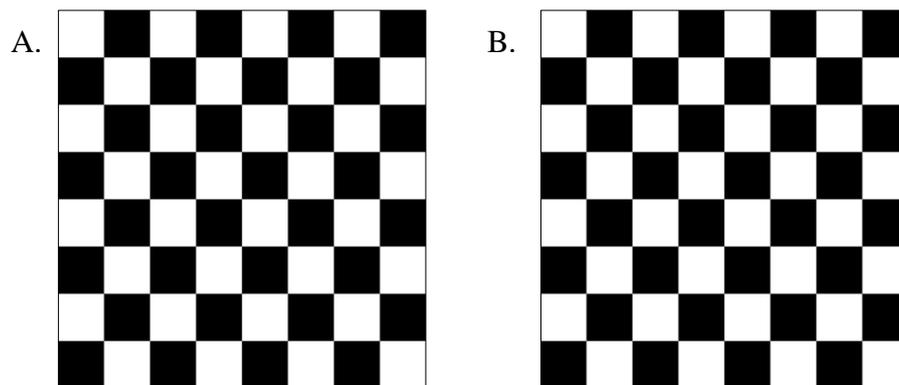
Fungsi obyektif yang diminimasi berhubungan dengan hasil vektor model \mathbf{m} terdapat dalam persamaan:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_d^{-\frac{1}{2}} \mathbf{L} \\ \lambda \mathbf{C}_h \\ s_z \lambda \mathbf{C}_v \end{bmatrix} \delta \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d^{-\frac{1}{2}} \delta \mathbf{t} \\ -\lambda \mathbf{C}_h \mathbf{m}_0 \\ -s_z \lambda \mathbf{C}_v \mathbf{m}_0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Dimana \mathbf{L} adalah matriks kernel yang memuat segmen sinar pada setiap sel, \mathbf{m}_0 adalah *current* model, $\delta \mathbf{m}$ adalah model perturbasi yang menggunakan model terbaru hasil $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \delta \mathbf{m}$.

2.3.6 Uji Resolusi

Uji resolusi atau *Checkerboard Resolution Test* (CRT) adalah sebuah tahapan setelah proses inversi tomografi, dengan tujuan untuk menguji kehandalan teknik inversi dan menentukan resolusi pada ruang model. Uji ini dilakukan dengan cara mengalikan anomali positif dan anomali negatif secara selang seling arah vertikal dan horizontal dengan model kecepatan latar belakang yang digunakan dalam inversi tomografi.



Gambar 2.12 Ilustrasi *Checkerboard resolution test* (CRT). A. Pola anomali yang digunakan pada model yang disebut “*checkerboard resolution test*”, B. Model inversi yang diperoleh dari data sintesis yang sesuai dengan model (A.) yang identik dengan model awal [21]

Hasil dari inversi tomografi yang baik dapat ditentukan oleh hasil uji resolusi. Apabila ruang model yang diberikan anomali positif dan negatif akan mendekati bentuk model latar belakang, maka tomografi tersebut sudah baik. Jumlah sinar gelombang yang melewati model akan menentukan pola anomali dari hasil *checkerboard resolution test*.

2.4 Analisa Statistika

Pengambilan keputusan yang tepat dan obyektif harus dibuktikan dengan adanya analisa statistik, dimana data akan menunjukkan nilai dari hasil yang diperoleh. Terdapat berbagai macam teknik analisa statistik yang digunakan untuk pengujian model hasil inversi tomografi seismik. Analisa statistik kuantitatif dapat dilakukan dengan membandingkan selisih waktu tempuh pengamatan dengan waktu tempuh kalkulasi hasil inversi. Nilai tersebut dapat digunakan untuk mengukur kelayakan tomogram untuk menggambarkan keadaan bawah permukaan yang sebenarnya.

Terdapat beberapa pengukuran statistik yaitu, *mean of data misfit* (μ), standar deviasi (σ), variansi (σ^2), normalisasi *chi-square* (χ^2), dan *travel time residual* (T_{rms}) dengan rumus sebagai berikut:

$$\mu = \left| \frac{\sum_{j=1}^N (T_{obsj} - T_{calcj})}{N} \right| \quad (2.32)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (x_j - \mu)^2}{N}} \quad (2.33)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (x_j - \mu)^2}{N} \quad (2.34)$$

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{T_{obsj} - T_{calcj}}{\sigma_j} \right)^2 \quad (2.35)$$

$$T_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N \left(\frac{T_{obsj} - T_{calcj}}{T_{obsj}} \right)^2}{N}} \quad (2.36)$$

Dimana μ merupakan *mean of data misfit*, σ merupakan standar deviasi, σ^2 merupakan variansi, χ^2 merupakan normalisasi *chi-square*, T_{rms} merupakan

travel time residual, T_{obsj} merupakan *travel time* pengamatan lintasan ke-j, T_{calcj} merupakan *travel time* perhitungan lintasan ke-j, N merupakan jumlah lintasan gelombang, dan x_j merupakan selisih.

Mean of data misfit adalah pengukuran rata-rata dari selisih antara *travel time* hasil pengukuran dan *travel time* hasil perhitungan dari jumlah lintasan. Standar deviasi dan variansi dapat digunakan untuk melihat sebaran dan distribusi data. Analisa akhir dari hasil yang digunakan dalam pengambilan keputusan adalah nilai *travel time* residual (T_{rms}). Nilai *travel time* residual yang diharapkan memiliki nilai yang semakin kecil dibandingkan nilai sebelumnya dan memiliki sifat yang konvergen. Nilai normalisasi *chi-square* digunakan sebagai pendukung hasil akhir, dengan nilai yang baik adalah nilai yang mendekati nilai satu.

2.5 Hubungan Struktur Kecepatan Gelombang Seismik dengan Efek Temperatur, Tekanan dan Porositas

Variasi kecepatan seismik pada medium dapat disebabkan oleh beberapa faktor, yaitu perubahan litologi, kandungan fluida, perubahan tekstur akibat perkembangan rekahan batu, atau cairan pori dengan volume besar dalam zona retak, perubahan suhu dan tekanan. Faktor tersebut menafsirkan anomali kecepatan seismik memiliki sifat anisotropi selain dari pada heterogenitas lateral yang isotropik. Pada wilayah panas bumi, distribusi hiposenter mikroseismik, data tomografi seismik, dan informasi geologi dapat digunakan untuk membangun model konseptual 2D reservoir. Model tersebut digunakan sebagai indeks prospektifitas lebih besar dan lebih rendah untuk suhu dan permeabilitas yang mengacu pada model konseptual. Komponen utamanya adalah kecepatan anomali tinggi dan rendah. Pada tabel 2.1 diperlihatkan beberapa contoh hasil penelitian di wilayah area panas bumi mengenai kecepatan gelombang P (V_p), gelombang S (V_s), dan V_p/V_s dengan berbagai hasil interpretasi.

Tabel 2. 1 Katalog interpretasi Vp, Vs, dan Vp/Vs dari beberapa peneliti

Vp	Vs	Vp/Vs	Interpretasi	Referensi
Tinggi	Tinggi	Rendah	Penurunan Tekanan	[22], [23]
Rendah	Sangat rendah	Tinggi	Zona saturasi air	
Tinggi	Tinggi	Tinggi	Batuan Padat	
Tinggi	Tinggi	Rendah	Zona saturasi uap	[6], [24]
Rendah	Rendah	Tinggi	Zona saturasi air	
Rendah	Rendah	Rendah	Zona saturasi uap	
Rendah	Tinggi	Rendah	Bidang Retakan	