

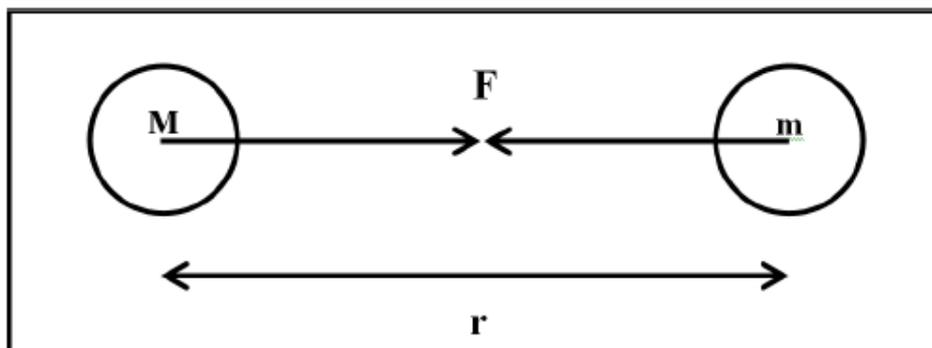
## BAB II

### TEORI DASAR

#### 2.1 Konsep Dasar Metode Gravitasi

Metode gayaberat adalah salah satu metode yang digunakan dalam tahap penelitian awal geofisika yang didasarkan pada perbedaan variasi medan gravitasi di bawah permukaan bumi. Variasi medan gravitasi tersebut merupakan distribusi massa jenis yang tidak homogen pada batuan penyusun bumi. Distribusi massa jenis yang tidak homogen disebabkan oleh struktur geologi bawah permukaan bumi. Variasi harga medan gravitasi juga tidak hanya disebabkan oleh adanya struktur bawah permukaan tetapi juga oleh posisi titik amat di permukaan bumi dikarenakan bentuk bumi yang tidak rata atau berundulasi.

Medan gravitasi bumi berarah ke pusat bumi. Medan gravitasi benda anomali mempunyai arah yang bervariasi terhadap sumbu vertikal tergantung dari kedudukan terhadap benda anomali. Pada permukaan bumi perubahan medan gravitasi dapat diukur melalui pengukuran medan gravitasi bumi  $g$  (medan gravitasi bumi pada komponen vertikal). Perubahan medan gravitasi bumi yang disebabkan karena benda anomali lokal disebut dengan anomali gravitasi yang dilambangkan sebagai  $\Delta g$  dan bernilai sangat kecil dibandingkan dengan medan gravitasi bumi itu sendiri  $\Delta g \ll g$  [5].



**Gambar 2.1** Ilustrasi gaya tarik antara dua massa

Teori yang mendasari metode gayaberat adalah hukum Newton yang menyatakan bahwa setiap bagian suatu benda akan menimbulkan gaya tarik menarik terhadap bagian yang besarnya sama dengan hasil kali massa-massa dan

berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara kedua massa. Besarnya gaya tarik antara dua partikel bermassa  $M$  dan  $m$  diberikan persamaan:

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2} \quad (2.1)$$

Keterangan:

$F$  : gaya tarik menarik antara 2 benda  $M$  dan  $m$  (N atau Kg m/s<sup>2</sup>)

$\gamma$  : konstanta gayaberat ( $6.67 \times 10^{-11}$  N m<sup>2</sup>/Kg)

$M, m$  : masa bumi dan massa benda (Kg)

$r$  : jarak antara  $M$  dan  $m$  (m)

Gaya tarik bumi terhadap suatu massa yang berada di luar bumi menyebabkan massa dipercepat secara vertikal ke bawah. Percepatan yang dialami suatu massa ( $m$ ) akibat tarikan massa lain, dalam hal ini bumi ( $M$ ) dalam jarak  $r$  dikenal sebagai percepatan gravitasi yang dinyatakan sebagai berikut:

$$g_r = \frac{F}{m} \quad (m/s^2) \quad (2.2)$$

Jika persamaan di atas disubstitusikan kepersamaan sebelumnya maka akan memperoleh persamaan percepatan gravitasi gayaberat:

$$g_r = \gamma \frac{M}{r^2} \quad (2.3)$$

Percepatan  $g_r$  sebanding dengan gaya gravitasi persatuan massa terhadap  $M$  [23].

## 2.2 Koreksi Data Gayaberat

Pengukuran gayaberat suatu titik di permukaan bumi yang diukur dengan alat gravimeter dipengaruhi oleh faktor-faktor seperti variasi topografi dan ketinggian, pengaruh pasang surut, guncangan pegas, posisi lintang, serta variasi densitas bawah permukaan. Oleh karena itu, diperlukan adanya beberapa koreksi terhadap nilai gayaberat yang terukur untuk mendapatkan variasi densitas bawah permukaan bumi saja. Koreksi yang dilakukan meliputi *spheroid* referensi dan *geoid*, koreksi *tidal*, koreksi *drift/apungan*, koreksi *free-air*, koreksi *bouguer*, dan koreksi *terrain* (topografi).

### 2.2.1 Koreksi *Spheroid* referensi dan *Geoid*

*Spheroid* referensi adalah suatu *elipsoid oblate* yang digunakan sebagai pendekatan untuk muka laut rata-rata (*geoid*) dengan mengabaikan efek benda di atasnya. *Sp heroid* referensi diberikan oleh persamaan berikut ini [26].

$$g(\phi) = 978031846(1 + 0.002885\sin^2\phi + 0.00023462\sin^4\phi) \quad (2.4)$$

dimana:

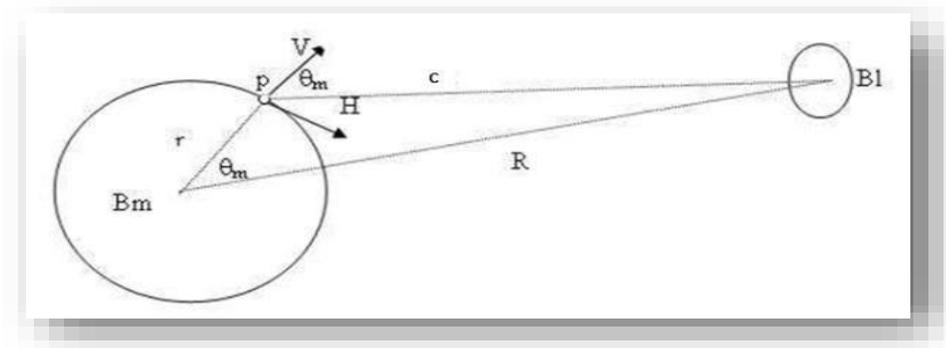
$\phi$  adalah sudut lintang (radians)

$g(\phi)$  adalah gayaberat normal pada lintang  $\phi$  (mGal)

*Geoid* yaitu permukaan equipotensial yang dianggap sebagai muka laut rata-rata dimana adanya efek elevasi di daratan, depresi di bagian lautan dan efek variasi rapat massa lainnya.

### 2.2.2 Koreksi Pasang Surut (*Tidal Correction*)

Koreksi pasang surut pada pengukuran gayaberat dilakukan untuk memperhitungkan pengaruh gayaberat dari benda-benda di luar bumi seperti matahari dan bulan. Pasang surut bumi dapat mempengaruhi gravitasi hingga 0.3 mGal dengan periode  $\pm 12$  jam. Harga koreksi ini bergantung pada posisi lintang dan waktu pengambilan data gayaberat. Efek gayaberat di titik p pada permukaan bumi adalah sebagai berikut [12]:



**Gambar 2.2** Skematik Pengaruh Gayaberat Bulan Terhadap Titik P di Permukaan Bumi  
(Kadir, 2000)

$$U_p = G(r) \left( \left( \frac{c}{R} \right)^3 \left( \cos 2\theta_m + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} \frac{r}{c} \left( \frac{c}{R} \right)^4 \right) \quad (2.5)$$

Keterangan:

$U_p$  : Potensial di titik p akibat pengaruh bulan

$\Theta_m$  : Posisi Lintang

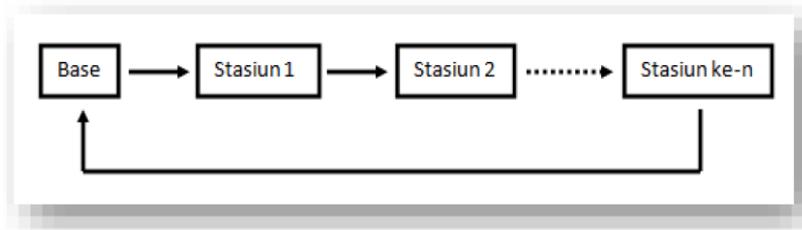
$c$  : jarak rata-rata ke bulan (Km)

$r$  : jari-jari bumi ke titik p (Km)

$R$  : jarak dari pusat bumi ke bulan (Km)

### 2.2.3 Koreksi Apungan (*drift correction*)

Koreksi *drift*/apungan dilakukan karena adanya perbedaan pembacaan gayaberat di stasiun yang sama pada waktu yang berbeda, yang diakibatkan oleh adanya guncangan pegas pada alat gravimeter selama proses transportasi dari stasiun satu ke stasiun lainnya selama proses pengukuran. Untuk mengetahui besar penyimpangan tersebut, maka akuisisi data dibuat dalam suatu rangkaian tertutup dengan mengasumsikan penyimpangan linier pada selang waktu tertentu.



**Gambar 2.3** Sketsa Pengambilan Data Gayaberat dengan *Loop* Tertutup

$$drift = \frac{g_{Nakhir} - g_{Nawal}}{t_{akhir} - t_{awal}} (t_{stasiun} - t_{awal}) \quad (2.6)$$

Keterangan:

Drift : koreksi *drift* (mGal)

$g_N$  : gread + tidal (mGal)

$g_{Nakhir}$  : harga  $g_N$  pada pengukuran stasiun terakhir (mGal)

$g_{Nawal}$  : harga  $g_N$  pada pengukuran stasiun awal dalam satu *loop* (mGal)

$t_{awal}$  : waktu pengukuran stasiun awal dalam satu *loop* (sekon)

$t_{akhir}$  : waktu pengukuran stasiun akhir dalam satu *loop* (sekon)

$t_{stasiun}$  : waktu pengukuran stasiun ke-n dengan  $n=1,2,3..dst$  (sekon)

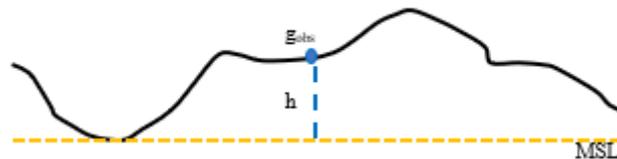
### 2.2.4 Koreksi Udara Bebas (*Free Air Correction*)

Koreksi udara bebas (*Free-Air*) menghilangkan pengaruh ketinggian terhadap medan gravitasi bumi. Nilai koreksi di lintang  $45^\circ$  atau  $-45^\circ$  adalah  $-0.3085 \text{ mGal/m}$ .

$$\Delta g_{FA} = 0.3085 h \text{ (mGal)} \quad (2.7)$$

Setelah didapat nilai koreksi udara bebas, maka akan didapatkan *Free Air Anomaly* dengan persamaan sebagai berikut:

$$FAA = g_{obs} - g_\phi + FAC \quad (2.8)$$

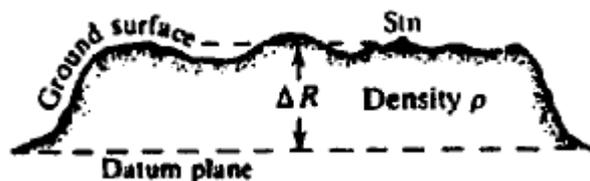


Gambar 2.4 Koreksi Udara Bebas

### 2.2.5 Koreksi Bouguer (*Bouguer Correction*)

Koreksi ini dilakukan karena adanya gayaberat massa di antara bidang referensi muka air laut sampai titik pengukuran sehingga nilai gayaberat terukur bertambah. Dua asumsi yang digunakan dalam menurunkan koreksi *bouguer* adalah bahwa *slab* memiliki densitas yang seragam dan dengan pendekatan benda berupa *slab* tak berhingga dengan ketebalan  $L$ . Koreksi *bouguer* diberikan oleh persamaan berikut ini:

$$\Delta g_B = 2\pi\gamma\rho = 0.04192 \rho h \text{ (mGal)} \quad (2.9)$$



Gambar 2.5 Koreksi Bouguer (Telford, 1990)

Dengan  $\rho$  adalah densitas *slab* ( $\text{g/cm}^3$ ). Jika densitas rata-rata diasumsikan sebesar  $2.67 \text{ g/cm}^3$ , maka persamaan (2.9) menjadi:

$$\Delta g_B = 0.112 h \text{ (mGal)} \quad (2.10)$$

Koreksi *bouguer* dan *free-air* sering dikombinasikan menjadi koreksi elevasi. Koreksi elevasi diberikan oleh persamaan berikut ini:

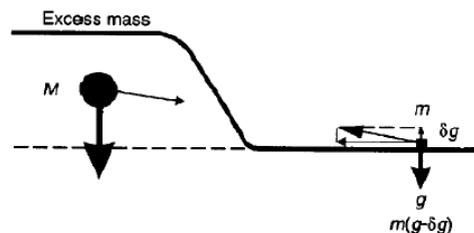
$$\Delta g_E = \Delta g_{FA} - \Delta g_B \quad (2.11)$$

$$\Delta g_E = (0.3085 - 0.112h) \text{ (mGal)} \quad (2.12)$$

$$\Delta g_E = 0.1965 h \text{ (mGal)} \quad (2.13)$$

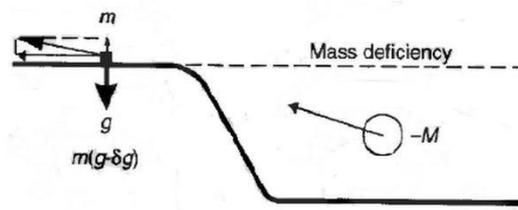
### 2.2.6 Koreksi Topografi (*Terrain Correction*)

Koreksi *terrain* akan menghilangkan pengaruh topografi permukaan yang cenderung berundulasi atau kasar dengan perbedaan elevasi yang besar, seperti adanya bukit atau lembah di sekitar titik pengukuran. Jika stasiun pengukuran berada dekat dengan gunung (*high terrain*), maka akan terdapat gaya ke atas yang menarik pegas pada gravimeter yang digunakan, sehingga akan mengurangi nilai pembacaan gravitasi.



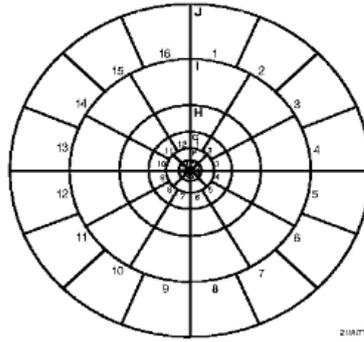
Gambar 2.6 Stasiun yang berada dekat dengan gunung (Reynolds, 1997)

Apabila stasiun pengukuran berada dekat dengan lembah, maka akan ada gaya ke bawah yang hilang sehingga pegas gravimeter akan tertarik ke atas, hal ini akan mengurangi pembacaan nilai gravitasi.



Gambar 2.7 Stasiun yang berada dekat dengan lembah (Reynolds, 1997)

Koreksi topografi dilakukan dengan metode grafik yang menggunakan *chart* yang dibuat oleh Hammer (1939).



**Gambar 2.8** Hammer Chart untuk Menghitung Koreksi Medan (Reynolds, 1997)

Koreksi medan dihitung menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$TC = \frac{2\pi G\rho}{n} (r_L - r_D) + \left( \sqrt{r_L^2 + z^2} \right) - \left( \sqrt{r_D^2 + z^2} \right) \quad (2.14)$$

Keterangan :

n : jumlah segmen dalam zona

z : perbedaan elevasi rata-rata kompartemen dan titik pengukuran

$r_L, r_D$  : radius luar dan dalam kompartemen (meter)

p : densitas batuan rata-rata (g/cc)

### 2.3 Complete Bouguer Anomaly (CBA)

*Complete Bouguer Anomaly* didapatkan apabila telah melakukan semua koreksi-koreksi sebelumnya. *Complete bouguer anomaly* merupakan anomali yang disebabkan oleh variasi densitas secara lateral pada batuan di kerak bumi yang telah berada di bidang referensi (*geoid*). Persamaan untuk mendapatkan nilai *Complete bouguer anomaly* sebagai berikut:

$$CBA = g_{obs} - g_{\phi} + FAC - BC + TC \quad (2.15)$$

atau

$$CBA = FAA - BC + TC \quad (2.16)$$

Nilai yang didapatkan di atas merupakan nilai *complete bouguer anomaly*, sedangkan anomali *bouguer* didapatkan tanpa memasukkan koreksi medan ke dalam perhitungan disebut dengan *simple bouguer anomaly (SBA)*. Sementara

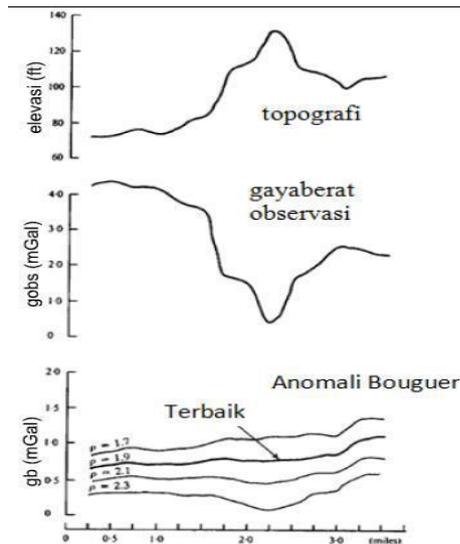
untuk nilai *free air anomaly* (FAA) merupakan nilai anomali *bouguer* yang tidak memperhitungkan efek massa batuan sehingga tidak memasukkan koreksi *bouguer* ke dalam perhitungan.

## **2.4 Estimasi Densitas Bawah Permukaan Rata-Rata**

Dalam eksplorasi geofisika dengan menggunakan metode gayaberat terdapat hal yang sangat dasar untuk dilakukan yaitu dalam menghitung estimasi densitas bawah permukaan untuk menentukan daerah target eksplorasi yang akan dilakukan. Untuk mengetahui densitas bawah permukaan tersebut dilakukan tahap penentuan densitas batuan dengan menggunakan beberapa metode antara lain ialah metode *nettleton*, metode *parasnis* dan analisis laboratorium. Hal ini dilakukan karena metode gayaberat target yang dicari variasi densitas bawah permukaan yang dimana data densitas tersebut akan digunakan sampai tahap interpretasi. Rapat massa batuan dipengaruhi oleh beberapa faktor dari batuan tersebut seperti densitas butir (matriksnya), porositas, maupun kandungan fluida dalam pori batuan. Ada beberapa cara dalam menentukan densitas batuan yaitu:

### **2.4.1 Penentuan Densitas Metode *Nettleton***

Metode *nettleton* pada dasarnya adalah koreksi *bouguer* dan koreksi medan dimana densitas yang digunakan merupakan densitas yang berada di permukaan, sehingga profil anomali gayaberat menjadi lebih halus. Anomali *bouguer* pada setiap titik pengukuran akan diplot pada suatu lintasan dari berbagai macam nilai densitas. Pengukuran dilakukan untuk menghasilkan estimasi densitas yang baik dengan menerapkan korelasi silang antara perubahan elevasi terhadap suatu referensi tertentu dengan anomali gayaberat. Densitas terbaik ditunjukkan dengan nilai korelasi terkecil.



**Gambar 2.9** Estimasi nilai densitas dengan metode Nettleton (Telford, dkk, 1990)

### 2.4.2 Penentuan Densitas Metode *Parasnis*

Metode *parasnis* merupakan salah satu metode dalam menentukan harga densitas batuan dengan cara memplot nilai koreksi *bouguer* dikurangi dengan koreksi *terrain* ( $BC/\rho - TC/\rho$ ) sebagai sumbu X merupakan terhadap nilai *free air anomaly* (FAA) sebagai sumbu Y. setelah dibuat kurva maka yang dilakukan membuat garis linier untuk mendapatkan nilai *gradient* dari kurva tersebut. Nilai *gradient* tersebut merupakan nilai densitas rata-rata batuan di daerah penelitian dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$(g_{obs} - g_N + g_{FA}) = \rho (g_{bouguer} - TC) \quad (2.17)$$

### 2.4.3 Penentuan Densitas Batuan di Laboratorium

Analisis penentuan densitas dengan menggunakan cara uji di laboratorium dilakukan dengan mengambil sampel contoh batuan di lapangan yang akan dilakukan pengukuran densitas rata-rata di laboratorium, cara ini merupakan cara kualitatif. Metode ini dianggap dapat merepresentasikan kondisi batuan di daerah penelitian yang kemudian contoh-contoh batuan yang diambil di lapangan penelitian didapatkan nilai densitas rata-rata.

## 2.5 Pemisahan Anomali Gayaberat Regional dan Residual

Anomali yang terukur di permukaan merupakan gabungan dari berbagai sumber dan kedalaman anomali yang ada di bawah permukaan yaitu regional dan residual, dimana salah satu target *event* yakni zona residual. Untuk keperluan interpretasi, target *event* harus dipisahkan dengan *event-event* lainnya. Dalam melakukan pemisahan anomali gayaberat dapat dilakukan berbagai cara yakni dengan metode *moving average*, metode *second vertical derivative (SVD)* dan juga metode *spectral-base filtering*. Dalam penelitian ini penulis menggunakan metode *butterworth filter*.

Filter *butterworth* adalah jenis filter yang meloloskan sinyal tertentu dengan karakteristik “*maximally flat*”, yang mana cenderung rata pada *passband*. Filter ini sangat baik untuk menerapkan *high pass filter* dan *low pass filter* ke data karena dapat dengan mudah mengontrol derajat kehalusan filternya serta membiarkan nomor *central wavenumber* tetap. *Low pass filter* merupakan filter yang akan meloloskan frekuensi yang berada di bawah frekuensi *cutoff* dan meredam frekuensi di atasnya. *High pass filter* merupakan filter yang meloloskan frekuensi yang berada di atas frekuensi *cutoff* dan meredam frekuensi di bawahnya.

Untuk interpretasi peta gayaberat dibutuhkan pemisahan anomali regional dan residual pada peta *complete bouguer anomaly*. Metode yang digunakan dalam penelitian ini dengan metode *filter* panjang gelombang (*wavelength filter*). Metode ini berdasarkan derajat kehalusan panjang gelombang = 1/bilangan gelombang (*wavenumber*) dari anomali. Pemisahan dapat juga dilakukan dengan mentransformasikan data ke jumlah gelombang, dengan domain bilangan gelombang menggunakan transformasi fourier 2 dimensi.

Fungsi transfer *butterworth* menggunakan persamaan berikut:

$$L(k) = \frac{1}{1 + \left[\frac{k}{k_c}\right]^n} \quad (2.18)$$

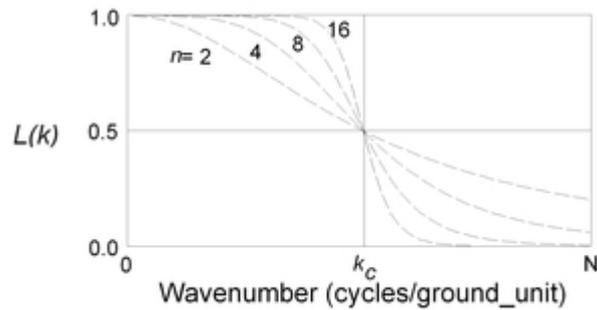
Dengan :

$L(k)$  : fungsi transfer

$k$  : bilangan gelombang (*wavenumber*)

$K_c$  : *central wavenumber of the filter*

$n$  : *degree of the butterworth filter function*



**Gambar 2.10** *Butterworth Filter*

Untuk melakukan pemisahan tersebut dilakukan secara *filter butterworth* yang dimana menggunakan analisis spektral (*radially averaged power spektrum*), sistem dari *radially averaged power spektrum* yaitu melakukan analisis spektrum secara keseluruhan peta *complete bouguer anomaly (CBA)*. Dari *radially averaged power spektrum* akan dilakukan *cutoff* pada panjang gelombang berdasarkan pada kecuramannya dan akan dipergunakan pada saat melakukan pemisahan anomali secara *filter butterworth*.

Untuk mengetahui panjang gelombang dengan menggunakan persamaan di bawah ini :

$$\lambda = \frac{1}{k} \times 1000 \quad (2.19)$$

Dimana :

$\lambda$  : Panjang Gelombang (m)

$k$  : Nilai Batas Gelombang Anomali (*cycle / Ground unit*)

$$h = \frac{S}{4\pi} \quad (2.20)$$

Dimana :

$h$  : Kedalaman (m)

$S$  : *Slope* (m)

Untuk nilai *slope* didapat dari hubungan *Ln power* dengan bilangan gelombang.

## 2.6 Dekonvolusi Euler

Metode dekonvolusi euler adalah penyelesaian sistem yang dapat digunakan untuk memperkirakan kedalaman dan posisi anomali gravitasi. Metode ini menggunakan tiga gradien orthogonal dari kuantitas potensial yang diberikan serta kuantitas potensial itu sendiri untuk menentukan lokasi dan kedalaman pada target yang diberikan. Metode ini bisa dilakukan dengan menggunakan persamaan homogenitas euler sebagai dasar dengan asumsi bahwa anomali gravitasi yang bersumber merupakan tanggapan dari model geologi sederhana dengan kedalaman tunggal yang terletak di satu lokasi (x, y, z). Tensor dekonvolusi euler menggunakan semua komponen tensor gravitasi *gradient* dan semua komponen vektor gravitasi anomali. Dalam penjelasan [18] bahwa Thompson (1982) menunjukkan hubungan homogenitas euler dapat dituliskan dalam bentuk persamaan berikut:

$$(x - x_o) \frac{\partial T}{\partial x} + (y - y_o) \frac{\partial T}{\partial y} + (z - z_o) \frac{\partial T}{\partial z} = N(B - T) \quad (2.21)$$

Dimana:

$x_o, y_o, z_o$  : Koordinat yang tidak diketahui dari pusat tubuh sumber

T : Koordinat (x,y,z) titik pengamatan yang diketahui

$B_z$  : Nilai *background* yang tidak diketahui untuk  $T_z$

N : *Structural index*

## 2.7 Pemodelan Kedepan (*Forward Modeling*)

Dalam pemodelan gayaberas secara umum dibedakan ke dalam dua cara, yaitu pemodelan kedepan (*forward modeling*) dan pemodelan inversi (*inverse modeling*). Prinsip umum dari kedua pemodelan ini adalah meminimumkan selisih anomali perhitungan dengan anomali pengamatan, melalui metode kuadrat terkecil (*least square*), teknik matematika tertentu, baik linier atau non linier dan menerapkan batasan-batasan untuk mengurangi ambiguitas.

Menurut [5] dengan memberikan potensial gravitasi dari benda dua dimensi dimana kerapatan *volumetric*  $\rho(x,y)$ :

$$U = 2\gamma \int \rho(s) \log \frac{1}{r} ds \quad (2.22)$$

Dimana:

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (z - z')^2} \quad (2.23)$$

Dengan tarikan vertikal gravitasi diberikan sebagai berikut:

$$g(P) = \frac{\partial U}{\partial z} = 2\gamma\rho \iint \frac{z' dx' dz'}{x'^2 + z'^2} \quad (2.24)$$

dan integrasi atas hasil  $x'$  :

$$g = 2\gamma\rho \int [\arctan \frac{x'_2}{z'} - \arctan \frac{x'_1}{z'}] dz' \quad (2.25)$$

Dimana  $x_1$  dan  $x_2$  keduanya merupakan fungsi dari  $z$  dan seperti yang ditunjukkan gambar mewakili jalur terpisah di sekitar keliling permukaan penampang. Kedua jalur parsial ini, jika diambil bersama-sama dan mempertimbangkan perubahan tanda, sama dengan integrasi searah jarum jam tunggal di sekeliling, yaitu:

$$g = 2\gamma\rho \oint \arctan \frac{x'}{z'} dz' \quad (2.26)$$

Dengan mengganti parameter *smooth* dengan poligon bersisi-N jadi persamaan:

$$g = 2\gamma\rho \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \arctan \frac{x'}{z'} dz' \quad (2.27)$$

Dimana  $z_n$  dan  $z_{n+1}$  adalah koordinat  $z$  dari dua titik ujung sisi  $n$ . ekspresi untuk  $x'$  dalam suku  $z'$  dan disediakan oleh persamaan garis lurus:

$$x' = \alpha_n z' + \beta_n \quad (2.28)$$

Dengan :

$$\alpha_n = \frac{x_{n+1} - x_n}{z_{n+1} - z_n} \quad (2.29)$$

$$\beta_n = \frac{x_n z_{n+1} - x_{n+1} z_n}{z_{n+1} - z_n} \quad (2.30)$$

Sehingga persamaan akhir sebagai berikut:

$$g = 2\gamma\rho \sum_{n=1}^N \frac{\beta_n}{1+\alpha_n^2} [\log \frac{r_{n+1}}{r_n} - \alpha_n(\theta_{n+1} - \theta_n)] \quad (2.31)$$

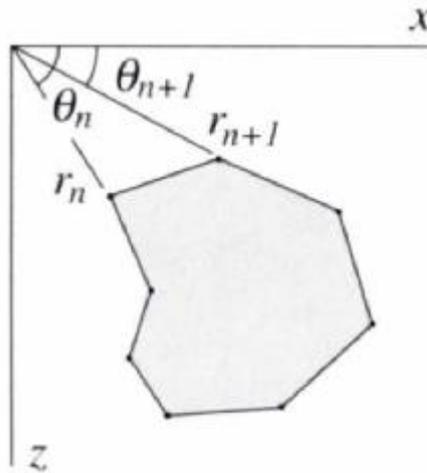
Dimana:

$$r_{n+1} = \sqrt{x_{n+1}^2 + z_{n+1}^2} \quad (2.32)$$

$$r_n = \sqrt{x_n^2 + z_n^2} \quad (2.33)$$

$$\theta_{n+1} = \tan^{-1} \frac{z_{n+1}}{x_{n+1}} \quad (2.34)$$

$$\theta_n = \tan^{-1} \frac{z_n}{x_n} \quad (2.35)$$



**Gambar 2.11** Efek gayaberat polygon (Blakely, 1995)

## 2.8 Pemodelan Inversi (*Inverse Modeling*)

*Inverse Modeling* adalah pemodelan berkebalikan dengan pemodelan ke depan. Pemodelan inversi berjalan dengan cara suatu model dihasilkan langsung dari data. Pemodelan jenis ini sering disebut data *fitting* atau pencocokan data karena proses di dalamnya dicari parameter model yang menghasilkan respon yang cocok dengan data pengamatan. Diharapkan untuk respon model dan data pengamatan memiliki kesesuaian yang tinggi, dan ini akan menghasilkan model yang optimum [23].

Dalam *software* yang digunakan yaitu *Grablox* [15] menggunakan inversi non-linier dengan pendekatan linier yang menggabungkan dua metode yaitu inversi *Singular Value Decomposition* (SVD) dan inversi Occam. *Singular value*

*decomposition* (SVD) adalah suatu metode pemfaktoran matriks yang berkaitan erat dengan nilai singular dari matriksnya. Metode ini salah satu teknik analisis numerik dengan cara mendiagonalkan suatu matriks. Pada penelitian ini menggunakan metode inversi non linier khususnya metode *singular value decomposition* (SVD). Dengan analisis SVD, solusi dari persamaan dapat dicari meskipun koefisien matriks yang terbentuk bukanlah matriks persegi maupun matriks yang tidak mempunyai nilai invers. Kelebihan dari menggunakan metode ini adalah solusi sistem persamaan linier (SPL) tetap dapat dicari meskipun SPL tersebut tidak mempunyai pemecahan solusi, dalam hal ini solusi yang diperoleh merupakan solusi pendekatan terbaik. Sistem persamaan diasumsikan sebagai sistem persamaan linier dapat dinyatakan dalam bentuk operasi matriks. Dimana secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut [7]:

$$Y = Ax \quad (2.36)$$

Dimana:

Y : data observasi dan hasil tebakan awal

A : Kernel akan menghitung untuk tebakan awal

x : model baru dan parameter model awal

solusi dari x seperti pada persamaan berikut:

$$x = A^{-1}Y \quad (2.37)$$

Pada matriks yang terbentuk bukanlah matriks persegi sehingga tidak dapat digunakan. Hal tersebut di karenakan determinan dari matriks koefisien tidak dapat dicari, sehingga inversnya tidak dapat ditentukan, selain itu tidak semua matriks persegi mempunyai invers. Untuk mengatasi kekurangan metode tersebut maka digunakan metode *singular value decomposition* (SVD). Metode ini melibatkan pemfaktoran A menjadi tiga bagian ke dalam hasil kali  $U S V^T$

$$A = U S V^T \quad (2.38)$$

Dimana:

A : Matriks awal

U : Matriks singular kiri

S : Matriks diagonal dari matriks singular

V<sup>T</sup> : Transpos dari matriks singular kanan

Perhitungan inversi matriks dengan menggunakan teknik SVD relatif lebih stabil karena nilai singular yang lebih kecil dari harga tertentu dapat diabaikan atau dianggap sama dengan nol sehingga tidak diikutsertakan pada proses perhitungan solusi. Inversi metode *occam* adalah salah satu metode inversi yang memanfaatkan tingkat kekerasan model [6]. Metode *occam inversion* diterapkan dalam optimasi *occam d*, *occam h*, yang secara matematis ditulis sebagai berikut:

$$U = \left\{ \left| \partial m \right|^2 + \mu^{-1} \left\{ \left| Wd - WGm \right|^2 - X^2 \right\} \right\} \quad (2.39)$$

Dimana:

$\left| \partial m \right|^2$  : Kekerasan (*roughness*)

$\mu$  : Lagrange Multiplier

$\left| Wd - WGm \right|^2$  : *Misfit*

$X$  : *error*