

BAB II

TEORI DASAR

2.1 Seismik Refleksi

Gelombang seismik merupakan perambatan gelombang elastik pada suatu medium yang diakibatkan oleh gangguan mekanik dibawah permukaan bumi dengan cara diteruskan ke segala arah dalam bentuk perpindahan energi gelombang menjadi osilasi partikel-partikel batuan pada setiap medium. Pada saat gelombang menemui bidang batas antar medium yang berbeda parameter fisis, maka gelombang tersebut akan direfleksikan, refraksi dan ditransmisikan. Hal ini sesuai dengan prinsip Hukum Snellius, yang dapat diperlihatkan dalam rumus berikut :

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (2.1)$$

Dalam perambatan gelombang seismik akan membawa informasi mengenai litologi dan fluida bawah permukaan dalam bentuk waktu tempuh (*travel time*), amplitudo, frekuensi, dan variasi fasa yang akan berubah-ubah tergantung medium yang dilaluinya. Perambatan gelombang seismik dibagi atas 2 yaitu gelombang P dan gelombang S, dimana gelombang P (*longitudinal*) memiliki arah gerak partikelnya sejajar dengan arah rambat gelombang, sedangkan gelombang S (*transversal*) memiliki arah gerak partikelnya tegak lurus terhadap arah rambat gelombang.

salah satu parameter fisis yang ada pada batuan adalah impedansi akustik (AI). Impedansi akustik merupakan kemampuan suatu batuan untuk melewatkan suatu gelombang seismik yang melaluinya. Impedansi akustik didapatkan dari perkalian antara kecepatan gelombang dengan densitas batuan, yang dirumuskan sebagai berikut :

$$AI = \rho \cdot V \quad (2.2)$$

Dimana : AI = Impedansi Akustik (g/cc m/s)

ρ = Densitas (g/cc)

V = Kecepatan gelombang (m/s)

Kecepatan gelombang memiliki peran yang lebih penting dalam mengontrol nilai harga impedansi akustik, karena perubahan kecepatan lebih signifikan dari pada

perubahan densitas secara lateral maupun vertikal (Brown, 1991). Perubahan nilai impedansi akustik dipengaruhi oleh parameter litologi, porositas, kekerasan batuan, kandungan fluida, kedalaman, tekanan dan suhu. Impedansi akustik berbanding lurus dengan kekerasan batuan dan berbanding terbalik dengan porositas batuan.

Adanya kontras perbedaan harga impedansi akustik pada tiap batas antar lapisan batuan yang akan membentuk refleksi gelombang seismik yang disebut dengan koefisien refleksi (RC). Koefisien refleksi merupakan perbandingan antara energi pantul dan energi datang. Pada saat gelombang seismik membentuk sudut datang tegak lurus terhadap bidang pantul (*normal incidence*), maka koefisien refleksi dapat dirumuskan sebagai berikut :

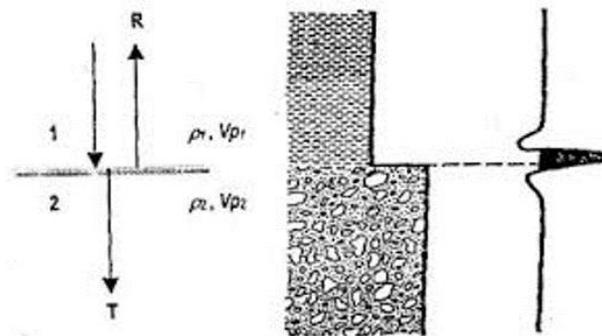
$$RC = \frac{AI_2 - AI_1}{AI_2 + AI_1} = \frac{\rho_2 \cdot V_2 - \rho_1 \cdot V_1}{\rho_2 \cdot V_2 + \rho_1 \cdot V_1} \quad (2.3)$$

Dimana : RC = Koefisien refleksi

AI_1 = Impedansi akustik lapisan atas

AI_2 = Impedansi akustik lapisan bawah

Besar kecilnya nilai koefisien refleksi akan mempengaruhi harga amplitudo gelombang pada penampang seismik serta polaritas gelombang seismik. Semakin besar kontras AI, maka akan semakin kuat refleksi yang dihasilkan serta semakin besar juga amplitudo gelombang seismik.



Gambar 2. 1 Koefisien refleksi dengan sudut datang nol menggunakan *wavelet zero phase* (Sukmono, 1999).

Seismic trace didapatkan dari hasil konvolusi (*) antara *wavelet* dengan koefisien reflesi (RC) ditambah dengan *noise*. Dalam bentuk persamaan dapat ditulis sebagai berikut :

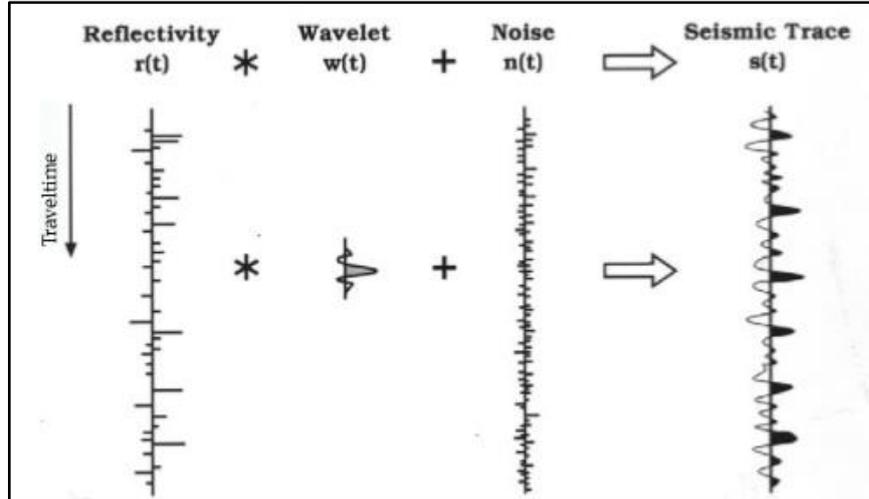
$$s(t) = w(t) * r(t) + n(t) \quad (2.4)$$

Dimana : $s(t)$ = *Trace seismic*

$w(t)$ = *Wavelet*

$r(t)$ = Koefisien refleksi

$n(t)$ = *Noise*



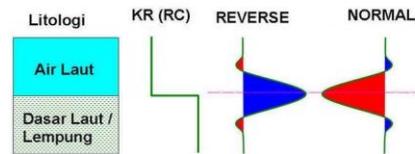
Gambar 2. 2 Konvolusi seismik (Partyka et al., 1999).

Konvolusi adalah hasil pergantian setiap koefisien refleksi dalam skala *trace wavelet* yang kemudian terjadi interferensi konstruktif dan destruktif (Young, 2004). Proses konvolusi dalam *trace* seismik merupakan proses pergantian deret koefisien refleksi menjadi *wavelet* sepanjang waktu perekaman dan amplitudo seismik yang terekam dibentuk dari *scaling* nilai koefisien refleksi dengan *wavelet*.

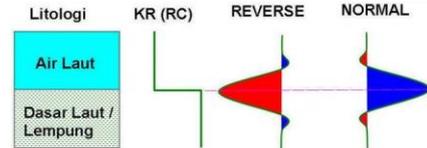
2.2 Polaritas dan Fasa

Polaritas merupakan penggambaran koefisien refleksi sebagai suatu bentuk gelombang yang bernilai positif atau negatif, jika $AI_2 > AI_1$ maka akan didapatkan nilai koefisien refleksi positif dalam bentuk puncak (*peak*) dan sebaliknya. Polaritas terdiri atas dua yaitu polaritas normal dan polaritas terbalik (*reverse*), saat ini terdapat dua jenis konvensi polaritas : standar SEG (*Society of Exploration Geophysict*) dan standar Eropa yang mana keduanya saling berkebalikan, seperti gambar dibawah.

STANDAR SEG (ZERO PHASE)

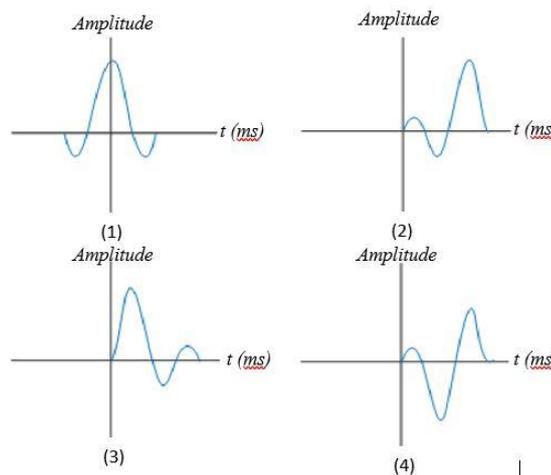


STANDAR EROPA (ZERO PHASE)



Gambar 2. 3 Polaritas normal dan polaritas *reverse* pada standar SEG & standar Eropa (Abdullah, 2007).

Fasa dalam data seismik hanya dikenal sebagai penundaan waktu lateral pada awal perekaman seismik. Fasa dapat digunakan sebagai indikator kontinuitas yang baik didaerah koefisien refleksi yang buruk dalam data seismik dengan sensitivitas yang lebih tinggi terhadap diskontinuitas. Fasa ini termasuk ke dalam komponen dasar dari *wavelet*, dimana *wavelet* adalah bentuk sesaat dari muka gelombang seismik saat menjalar di batuan. *Wavelet* selalu berubah terhadap waktu karena saat menjalar gelombang seismik mengalami absorpsi pada batuan yang dilaluinya sehingga menyebabkan bentuk, frekuensi, dan fasa dari *wavelet* terus berubah dari satu tempat ke tempat lain seperti gambar di bawah :



Gambar 2. 4 Jenis-jenis *wavelet* 1) *Zero phase wavelet*, 2) *Maximum phase wavelet*, 3) *Minimum phase wavelet*, 4) *Mixture phase wavelet* (Sukmono, 1999).

2.3 Resolusi Seismik

Resolusi merupakan jarak minimum gelombang seismik untuk memisahkan dua objek yang berdekatan hal ini berkaitan dengan terjadinya interferensi gelombang seismik. Resolusi seismik terbagi atas dua yaitu resolusi vertikal dan resolusi horizontal, dimana pada penelitian ini lebih ditekankan pada resolusi vertikal.

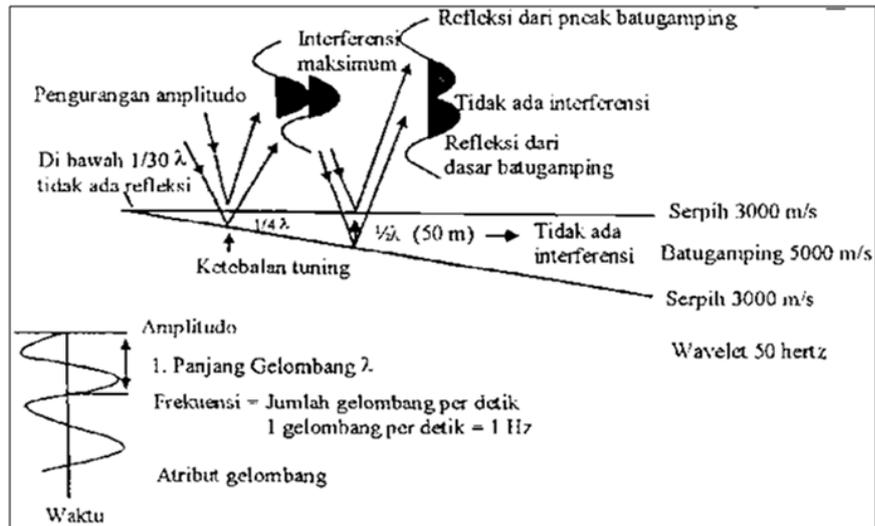
Resolusi vertikal merupakan jarak minimum gelombang seismik untuk memisahkan dua objek yang berdekatan, kemampuan memisahkan dua objek atau reflektor batuan tersebut tergantung pada ketebalan dan panjang gelombang. Ketebalan minimum yang masih bisa dibedakan disebut dengan ketebalan *tuning* (*tuning thickness*). Besarnya ketebalan minimum suatu objek untuk dapat memberikan refleksi sendiri bervariasi mulai dari $\frac{1}{8}\lambda$ sampai $\frac{1}{30}\lambda$, hanya saja karena keterdapatannya *noise* pada data seismik membuat besarnya ketebalan *tuning* yang dapat dipisahkan adalah $\frac{1}{4}\lambda$, dimana λ panjang gelombang seismik yang bisa dirumuskan sebagai berikut :

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (2.5)$$

Dimana : v = Kecepatan gelombang seismik (kompresi)

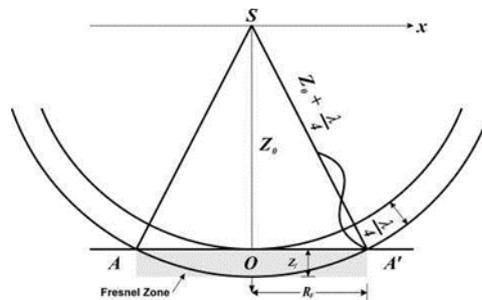
f = Frekuensi

Dimana kecepatan seismik akan bertambah seiring bertambahnya kedalaman, dan frekuensi seiring bertambahnya kedalaman frekuensi akan semakin berkurang dengan demikian ketebalan *tuning* akan semakin membesar seiring bertambahnya kedalaman sehingga untuk memisahkan dua reflektor yang berdekatan akan lebih susah.



Gambar 2. 5 Efek interferensi gelombang seismik yang berhubungan dengan batas *tuning thickness* (Sukmono, 1999).

Resolusi horizontal berhubungan dengan zona Fresnel, yaitu daerah yang menghasilkan refleksi akibat terjadinya interaksi antara muka gelombang dengan bidang reflektor. Pada resolusi horizontal ini berhubungan dengan seberapa jauh dua objek yang dapat dipisahkan dalam reflektor tunggal secara lateral. Resolusi horizontal ditentukan oleh besar radius zona Fresnel yang bisa dilihat pada gambar di bawah dan dapat dirumuskan dengan :



Gambar 2. 6 Zona Fresnel.

$$rf = \frac{v}{2} \sqrt{\frac{t}{f}} \tag{2.6}$$

Dimana : rf = Radius zona Fresnel (m)

v = Kecepatan rata-rata (m/s)

t = Two way time (s)

f = Frekuensi dominan (Hz)

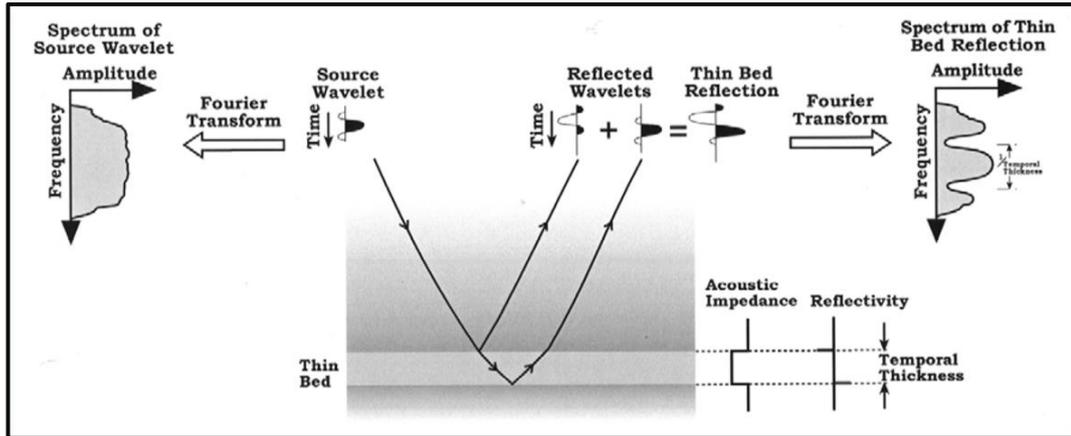
Dari persamaan diatas dapat diketahui bahwa resolusi horizontal akan berkurang dengan bertambahnya kedalaman, bertambahnya kecepatan dan berkurangnya frekuensi. Resolusi akan lebih baik apabila dapat merekam frekuensi tinggi dan memiliki kisaran frekuensi yang lebar.

2.4 Dekomposisi Spektral

Dekomposisi spektral adalah suatu metode pemrosesan sinyal seismik berbasis analisis spektrum waktu-frekuensi, hal ini disebabkan oleh data seismik yang bersifat *non-stationary* atau frekuensinya berubah terhadap waktu yang diakibatkan oleh absorpsi gelombang oleh medium yang dilalui. Dalam melakukan analisa waktu-frekuensi pada data seismik, perlu dilakukan transformasi data seismik dari domain waktu menjadi domain frekuensi dengan cara melakukan *Fast Fourier Transform* (FFT) pada data seismik dengan memanfaatkan konsep *Discrete Fourier Transform* (DFT). Metode ini dapat diimplementasikan untuk prediksi ketebalan lapisan dimana lapisan tipis akan berhubungan dengan spektrum frekuensi tinggi dan lapisan yang lebih tebal akan berhubungan dengan spektrum frekuensi rendah (Partyka et al., 1999).

Widdes adalah orang yang pertama kali mencoba menguantifikasi ketebalan pada lapisan tipis pada tahun 1973, dengan menggunakan metode separasi antara *peak* dan *trough* dalam hubungan amplitudo gelombang seismik (Widess, M.B., 1973). Metode ini sangat bergantung pada proses pengolahan yang sangat akurat untuk menghasilkan suatu fasa *wavelet* dan *amplitude trace* yang sama dengan *trace* sebenarnya. Meskipun memiliki tujuan yang sama, dekomposisi spektral menawarkan sebuah metode dengan menggunakan spektrum amplitudo yang tidak bergantung pada fasa dan didesain untuk mengetahui tanggapan suatu lapisan tipis pada data seismik 3D (Partyka et al., 1999).

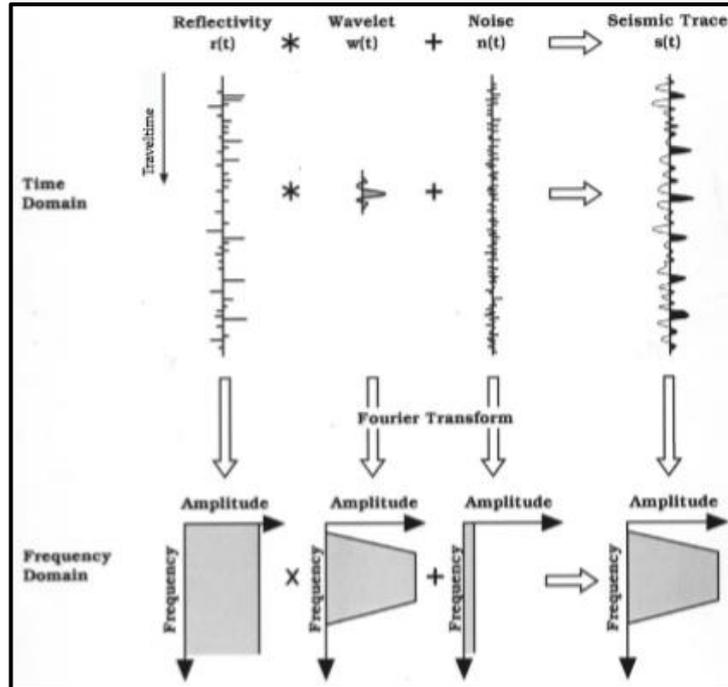
Prinsip dasar dari dekomposisi spektral ini adalah suatu refleksi dari lapisan tipis mempunyai karakteristik tertentu dalam domain frekuensi yang dapat mengindikasikan ketebalan dari lapisan tersebut, karakteristik tersebut biasanya tidak dapat terlihat dalam domain waktu.



Gambar 2. 7 Spektral suatu lapisan tipis (Partyka et al., 1999).

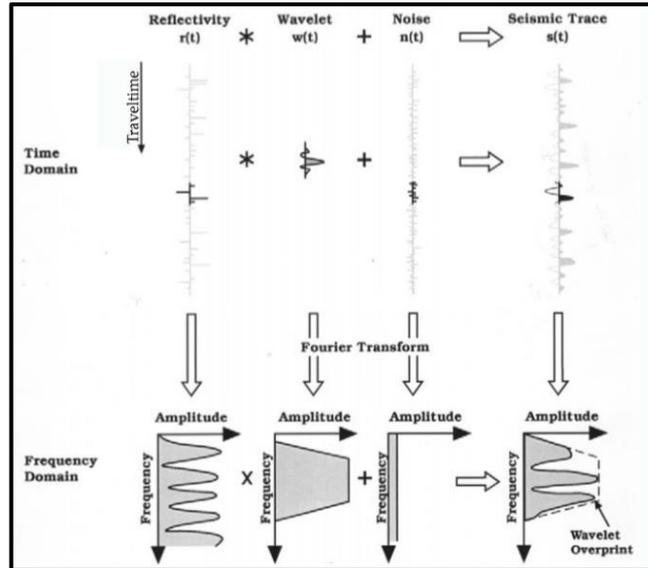
Pada umumnya, interpretasi data seismik dilakukan pada anomali amplitudo berdasarkan domain frekuensi, sedangkan pada dekomposisi spektral menggunakan komponen diskrit pada *bandwidth* seismik. Komponen frekuensi sendiri dapat digunakan untuk menginterpretasikan dan mengetahui detail halus dari stratigrafi bawah permukaan.

Ketika melakukan dekomposisi spektral, terdapat perbedaan respons frekuensi antara spektrum amplitudo *long window* dan *short window* yang cukup signifikan. Jika dilakukan analisa koefisien refleksi menggunakan *long window* akan menghasilkan spektrum koefisien refleksi yang *flat*, dan jika dilakukan konvolusi dengan *wavelet* dengan *bandwidth* tertentu maka akan menghasilkan *trace seismic* dengan *bandwidth* spektrum frekuensi yang sama dengan bentuk *wavelet*. Pada analisa *long window*, kondisi geologi sulit diprediksi dan pada domain frekuensi tidak tampak adanya koefisien refleksi karena bersifat global. Seperti contoh gambar dibawah ini.



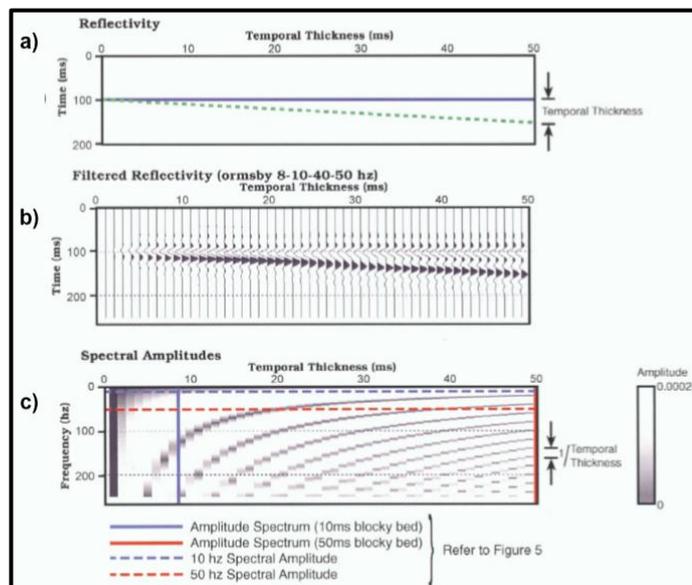
Gambar 2. 8 Dekomposisi spektral *long window* dan hubungannya dengan konvolusi model (Partyka et al., 1999).

Sedangkan pada koefisien refleksi *short window* akan terlihat *wavelet* yang menunjukkan filter *local* geologi yang teratur pada domain frekuensi. Respons temporal terdiri dari dua *spike* koefisien refleksi yang sama, tetapi mempunyai *magnitude* yang berlawanan. Respons dari *short window* tergantung pada sifat impedansi akustik dan ketebalan lapisan yang terdapat pada *window*, dimana semakin pendek *window* maka akan semakin tidak acak geologi sampel. Dari gambar dibawah bisa dilihat bahwa hasil konvolusi *wavelet* dengan koefisien refleksi *short window* akan menghasilkan bentuk *trace seismic* pada domain frekuensi yang spektrum amplitudonya tidak lagi hanya mendekati *wavelet* tetapi *wavelet* plus lapisan lokal, yang ditandai dengan bentuk *notch* yang mengindikasikan koefisien refleksi akibat terjadinya interferensi lokal. Jarak antara *notch* pada spektrum frekuensi merupakan $1/\text{temporal thickness}$ dalam satuan sekon. Dalam *short window* seperti ini geologi bertindak sebagai filter lokal pada refleksi *wavelet* yang ditandai dengan menipisnya spektrum amplitudo. Spektrum fasa pada *short window* juga berguna dalam pemetaan karakteristik batuan lokal, karena fasa lebih sensitif terhadap gangguan halus dalam karakter seismik, fasa ini ideal untuk mendeteksi diskontinuitas secara lateral.



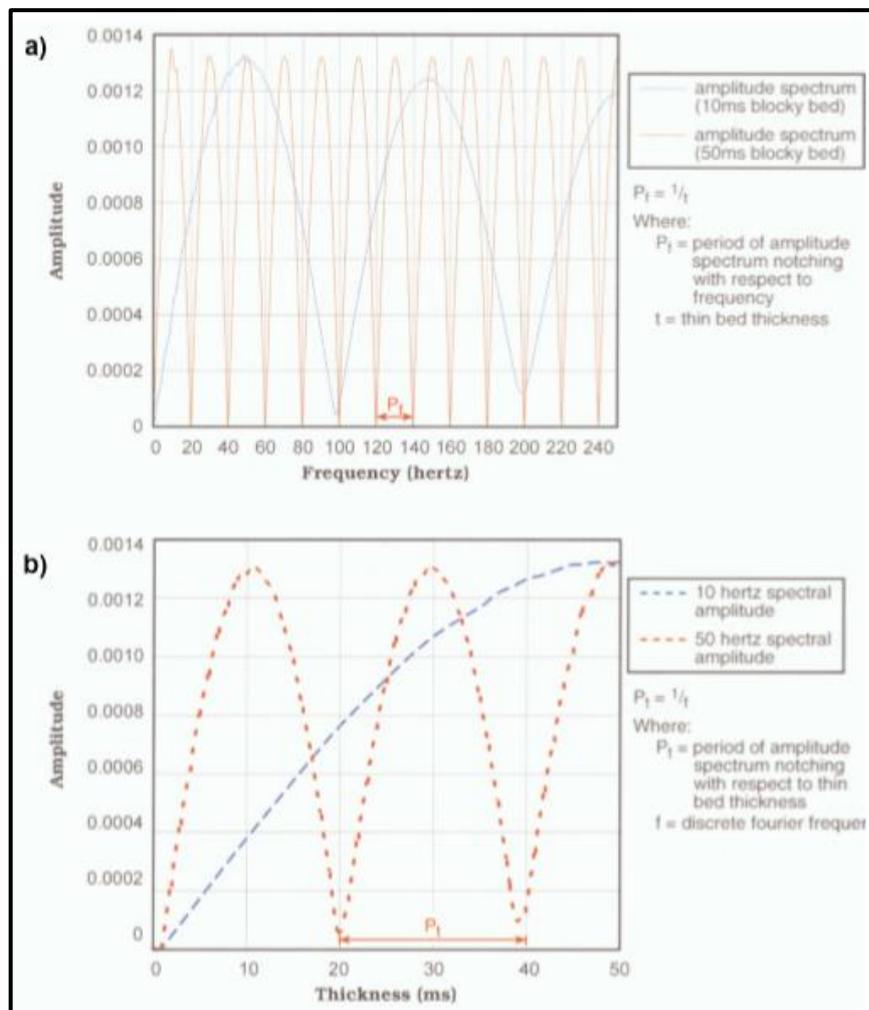
Gambar 2. 9 Dekomposisi spektral *short window* dan hubungannya dengan konvolusi model (Partyka et al., 1999).

Dekomposisi spektral dan fenomena *tuning* lapisan tipis dapat diilustrasikan dengan model *wedge* sederhana. *Top wedge* ditandai dengan nilai koefisien refleksi negatif dan *bottom* dengan koefisien refleksi positif. Koefisien refleksi pada *top* dan *bottom* memiliki ketebalan yang besar, tetapi seakan-akan terlihat seperti refleksi tunggal pada *wedge thins*. Seperti bisa kita lihat pada gambar dibawah.



Gambar 2. 10 Model *wedge* sederhana a). Koefisien refleksi b). hasil *trace* seismik c). hasil spektral amplitudo (Partyka et al., 1999).

Spektrum amplitudo *short window* telah dihitung untuk setiap koefisien refleksi. Ketebalan temporal *wedge* menentukan perioda *notch* spektrum amplitudo dalam domain frekuensi. Pada gambar dibawah ini $P_f = 1/t$, dimana P_f = perioda *notches* pada spektrum amplitudo yang menunjukkan ketebalan temporal dalam domain frekuensi (Hz), dan t = ketebalan lapisan tipis (s). Sudut pandang lain menggambarkan bahwa nilai komponen frekuensi menentukan lebar perioda *notches* pada spektrum amplitudo yang menunjukkan ketebalan temporal dalam domain waktu. $P_t = 1/f$, dimana P_t = perioda *notches* dalam spektrum amplitudo yang menunjukkan ketebalan temporal (s) dan f = frekuensi Fourier diskrit.



Gambar 2. 11 *Tuning* lapisan tipis dari amplitudo vs frekuensi (a) dalam domain frekuensi (b) ketebalan *temporal* dalam domain waktu (Partyka et al., 1999).

2.5 Transformasi Fourier

Sinyal seismik yang bersifat *non-stationary* umumnya direpresentasikan dalam domain waktu, sehingga perlu dilakukan transformasi sinyal ke dalam

domain frekuensi menggunakan metode *Fast Fourier Transform* (FFT). FFT merupakan algoritma yang efisien untuk menghitung *Discrete Fourier Transform* (DFT) dan *Invers Discrete Fourier Transform* (IDFT). DFT mendekomposisi suatu sinyal seismik menjadi beberapa gelombang harmonik sinusoidal dengan frekuensi yang berbeda-beda. DFT didasarkan pada proses transformasi Fourier pada data seismik dalam domain waktu ke dalam domain frekuensi, yang dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.7)$$

Sedangkan inversnya adalah

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2.8)$$

Dimana $y(t)$ adalah sinyal fungsi waktu, $y(\omega)$ adalah hasil transformasi Fourier dari $y(t)$, t adalah waktu, ω adalah frekuensi sudut dan $e^{i\omega t}$ adalah teori Euler sinus cosinus.

Dalam melakukan transformasi Fourier menggunakan transformasi Fourier diskrit (DFT) untuk menghitung nilai amplitudo pada tiap hertz dari frekuensi awal hingga frekuensi akhir, secara matematika dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$DFT = x(k) = \sum_{j=0}^{N-1} x(j)e^{-i2\pi jk/N} \quad (2.9)$$

Inversi DFT (IDFT) merupakan kebalikan dari proses diatas dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$x(j) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k)e^{i2\pi jk/N} \quad (2.10)$$

Dimana : $x(j)$ = Nilai amplitudo pada *trace* seismik pada sampel j

$x(k)$ = Nilai amplitudo pada *trace* seismik yang diubah ke dalam frekuensi

N = Jumlah sampel

Berdasarkan teori Euler, $e^{i\omega t} = e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$, sehingga didapatkan persamaan :

$$DFT = x(k) = \sum_{j=0}^{N-1} x(j) \left[\cos\left(\frac{2\pi jk}{N}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi jk}{N}\right) \right] \quad (2.11)$$

Hasilnya merupakan suatu spektrum kompleks yang terdiri dari bagian *real* dan imajiner. Spektrum amplitudonya didapat dari persamaan dibawah :

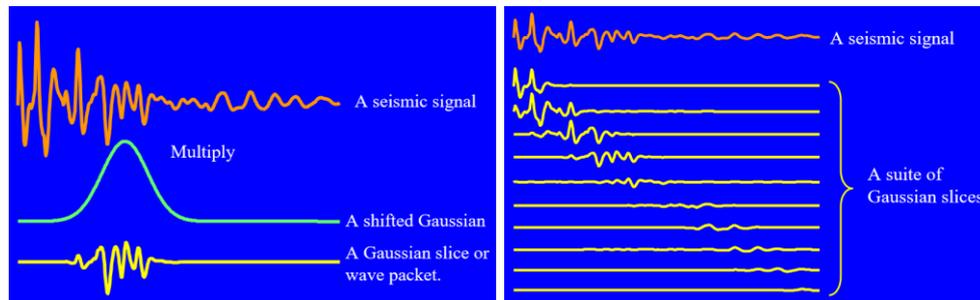
$$x(k) = \sqrt{Re x(k)^2 + Im x(k)^2} \quad (2.12)$$

Spektrum fasanya didapat dari persamaan dibawah :

$$\theta(t) = \arctan \frac{Im x(k)}{Re x(k)} \quad (2.13)$$

2.6 Transformasi Gabor dan Dekonvolusi

Transformasi Gabor ini mengadopsi prinsip *Short Time Fourier Transform* (STFT) dengan menggunakan *window* dengan lebar yang konstan yang digeser-geser terhadap waktu. Transformasi Gabor merupakan transformasi Fourier pada sinyal seismik yang telah dilakukan dekomposisi spektral dengan menggunakan *window* Gaussian yang membuat sinyal seismik menjadi terlokalkan.



Gambar 2. 12 Ilustrasi dekomposisi sinyal menggunakan *window* Gaussian (kiri) dan ilustrasi sinyal yang terlokalkan dengan *window* Gaussian yang digeser-geser terhadap waktu (kanan) (Margrave, 2001).

Secara matematis transformasi Gabor dapat diekspresikan sebagai berikut (Mertins, 1999) :

$$V_g s(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) g(t - \tau) e^{-2\pi i f t} dt \quad (2.14)$$

Dimana $s(t)$ adalah sinyal dan $g(t)$ adalah *window* analisa gabor dengan τ adalah lokasi pusat *window*. Sinyal yang telah ditransformasi ke domain frekuensi dapat dikembalikan ke dalam domain waktu dengan melakukan inversi transformasi Gabor yang dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$s(t) = \iint_{-\infty}^{\infty} V_g s(\tau, f) \gamma(t - \tau) e^{2\pi i f t} df d\tau \quad (2.15)$$

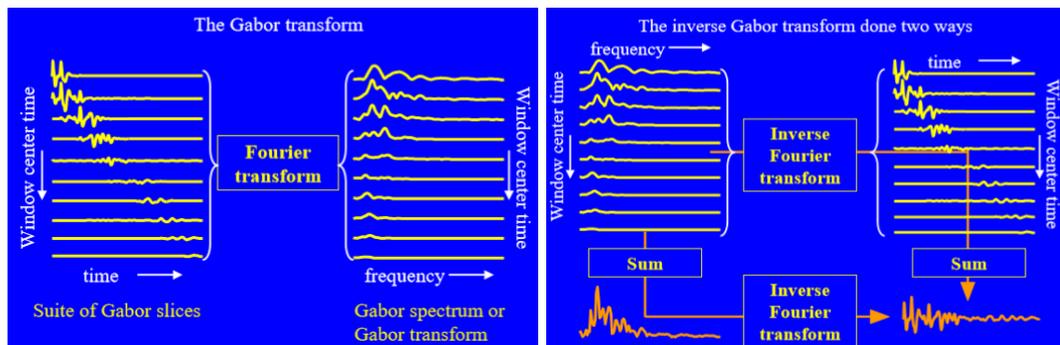
Dimana $\gamma(t)$ adalah *window* sintetis gabor, yang mana *window* analisis dan sintetis tersebut harus memenuhi kondisi :

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t) \gamma(t) dt = 1 \quad (2.16)$$

Setelah itu kita definisikan parameter $g(t - \tau)$ yang digunakan sebagai alat untuk mendekomposisi sinyal tersebut :

$$g(t - k\Delta\tau) = \frac{\Delta\tau}{T\sqrt{\pi}} e^{-[t-k\Delta\tau]^2 T^{-2}} \quad (2.17)$$

Dimana T adalah Gaussian *half width*.



Gambar 2. 13 Ilustrasi Transformasi Gabor pada sinyal yang sudah di *windowing* dalam domain waktu lalu dilakukan transformasi Fourier (kiri) dan ilustrasi Inversi transformasi Gabor pada spektrum Gabor dalam domain frekuensi diubah ke dalam domain waktu (kanan) (Margrave, 2001).

Dekonvolusi adalah suatu proses untuk menghilangkan efek dari *wavelet* sumber pada suatu sinyal seismik dan menghasilkan koefisien refleksi. Dengan pengertian ini maka proses dekonvolusi adalah proses untuk mengompres *wavelet* agar dapat memberikan daya pisah terhadap adanya perlapisan batuan dibawah permukaan pada penampang seismik. Prinsip dasar dari analisa dekonvolusi adalah mencari bentuk solusi *invers* filter atau *least square invers* filter. Metode dekonvolusi yang paling umum digunakan adalah *Optimum Wiener* Filter, pada metode ini akan menghasilkan operator matrik dekonvolusi yang diperoleh dengan mencari *least square* dari sinyal *input* dan *output* yang diinginkan.

Dekonvolusi dilakukan dengan konvolusi antara data seismik dengan sebuah Wiener filter. Wiener filter diperoleh melalui persamaan matrik berikut :

$$a \times b = c$$

Dimana a adalah hasil autokorelasi *wavelet* input (*wavelet* input diperoleh dari ekstrak dari data seismik), b adalah Wiener filter dan c adalah hasil kroskorelasi antara *wavelet input* dengan *output* yang diinginkan.

Output yang dikehendaki terbagi menjadi beberapa jenis (Yilmaz, 1987) :

1. *Zero lag spike (spiking deconvolution)*
2. *Spike pada lag tertentu*
3. *Time advanced form dari input series (predictive deconvolution)*
4. *Zero phase wavelet*
5. *Wavelet dengan bentuk tertentu (wiener shaping filter)*

Zero lag spike memiliki bentuk $[1,0,0,0, \dots, 0]$ yakni amplitudo bukan nol terletak pada urutan pertama, jika *output* yang dikehendaki memiliki bentuk $[0,0,1,0, \dots, 0]$ maka disebut *spike* pada *lag* 2 (amplitudo bukan nol terletak pada urutan ketiga) dan seterusnya. Dalam bentuk matrik, persamaan Wiener filter dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_{n-1} \\ r_1 & r_0 & r_1 & \dots & r_{n-2} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \dots & r_{n-3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ r_{n-1} & r_{n-2} & r_{n-3} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Dimana : r_i = harga korelasi *wavelet input*

a_i = koefisien filter

g_i = korelasi silang antara *output* yang diinginkan dengan *wavelet input*

$i = 0,1,2,3, \dots, n-1$

a_i disebut sebagai *Optimum Wiener Filter* yang dapat dipandang sebagai bentuk operator dekonvolusi secara umum. Bila *output* yang diinginkan $[1,0,0, \dots, 0]$, maka bentuk *Optimum Wiener Filter* identik dengan *least square inverse filter*. Bentuk matriks simetri seperti diatas disebut sebagai *matrik -Toeplitz*. Algoritma *filtering* yang didasarkan pada teorema *Optimum Wiener Filter* dikenal juga sebagai algoritma *Wiener-Levinson*. Untuk memberikan kestabilan dalam komputasi numerik diperkenalkan sebuah *prewhitening* (ϵ) yakni dengan memberikan

pembobotan dengan rentang 0 sampai 1 pada *zero lag* matrik r (sehingga elemen matrik r_0 diatas menjadi $r_0(1+e)$).

2.7 Dekonvolusi Gabor

Berawal dari sifat *non-stationary* pada data seismik yang selalu berubah terhadap waktu, dengan anggapan bawah permukaan bumi bukanlah medium elastis sempurna dan gelombang seismik mengalami pelemahan saat menjalar dibawah permukaan. Pelemahan gelombang seismik ini terjadi karena penyerapan gelombang oleh setiap medium yang dilaluinya ditandai dengan bentuk *wavelet* yang berubah. Model yang paling sederhana dari atenuasi ini adalah berupa model Q-konstan dari Kjartansson (1979), dimana Q-konstan mengacu pada Q yang tidak bergantung pada frekuensi melainkan bergantung pada ruang dan waktu tempuh. Margrave (2001) menggunakan Q-konstan sebagai fungsi atenuasi yang dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\alpha(\tau, f) = e^{\frac{-\pi f \tau}{Q} + iH\left(\frac{\pi f \tau}{Q}\right)} \quad (2.19)$$

Dimana Q adalah faktor kualitas dari medium atenuasi, dan H adalah Transformasi Hilbert.

Dekonvolusi Gabor merupakan perluasan dari proses dekonvolusi Wiener yang dilakukan dalam domain frekuensi pada data yang telah dilakukan transformasi Gabor. Pada dekonvolusi Gabor ini mengkompensasi faktor atenuasi pada data seismik yang disebabkan oleh efek filter bumi, yang dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$V_g s(\tau, f) \approx W(f) \alpha_Q(\tau, f) V_g r(\tau, f) \quad (2.20)$$

Dimana : $V_g s(\tau, f)$ = Sinyal hasil transformasi Gabor

$W(f)$ = *Wavelet* sumber dalam domain frekuensi

$\alpha_Q(\tau, f)$ = Faktor atenuasi pada sinyal

$V_g r(\tau, f)$ = Reflektivitas Gabor

Dari persamaan diatas, untuk melakukan dekonvolusi Gabor agar mendapatkan koefisien refleksi dari sinyal seismik dapat dituliskan sebagai berikut :

$$V_g r(\tau, f) = V_g s(\tau, f) D(\tau, f) \quad (2.21)$$

dimana

$$W(f)\alpha_Q(\tau, f) \approx |V_g s(\tau, f)|_{sm} \quad (2.22)$$

Dengan $|V_g s(\tau, f)|_{sm}$ adalah hasil *smoothing* pada sinyal hasil transformasi Gabor yang dilakukan untuk estimasi dari *wavelet*, *smoothing* bisa dilakukan dengan konvolusi antara hasil transformasi gabor dengan 2D *boxcar*, *gaussians*, *triangles* dan *hyperbolic smoothing*. Penyederhanaan diatas dilakukan karena *wavelet* dan faktor atenuasi Q mempunyai frekuensi rendah, sehingga perkalian tersebut ekuivalen dengan sinyal dari transformasi Gabor yang telah dilakukan *smoothing*.

Dengan demikian, spektrum amplitudo dari operator dekonvolusi menjadi :

$$D(\tau, f) = \left(|V_g s(\tau, f)|_{sm} + \mu A_{max} \right)^{-1} \quad (2.23)$$

Dimana A_{max} adalah nilai maksimum dari $|V_g s(\tau, f)|_{sm}$ dan μ adalah konstanta stabilisasi dengan dimensi yang kecil untuk perhitungan logaritmik yang valid.

Informasi fasa minimum pada *wavelet* yang dihitung dari spektrum amplitudo untuk operator dekonvolusi dengan bantuan transformasi Hilbert, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$D(\tau, f) = \frac{e^{-iH(\ln|D(\tau, f)|)}}{|V_g s(\tau, f)|_{sm} + \mu A_{max}} \quad (2.24)$$

Hasil yang didapatkan dalam dekonvolusi Gabor adalah berupa koefisien refleksi Gabor yang masih dalam domain frekuensi, untuk mengembalikannya ke dalam domain waktu perlu dilakukan inversi transformasi Gabor dengan menggunakan persamaan 2.15.

2.8 Smoothing Hyperbolic

Smoothing hyperbolic mengacu pada persamaan 2.19 dengan menganggap model Q-konstan yang merepresentasikan faktor atenuasi dalam bentuk τf konstan, dengan membagi peta waktu-frekuensi menjadi beberapa garis *hyperbolic* dan menghitung rata-rata dari masing-masing garis *hyperbolic* yang merepresentasikan amplitudo yang hilang akibat atenuasi. Secara garis besar efek atenuasi diperoleh dengan mengisi masing-masing garis *hyperbolic* dengan rata-rata dari peta waktu-frekuensi yang diinterpolasi. Dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$a_n = \text{mean}_{\tau f} (|V_g s(\tau, f)| I_n(\tau, f)) \quad (2.25)$$

$$|\alpha(\tau, f)|_{est} = \sum_{n=1}^N a_n I_n(\tau, f) \quad (2.26)$$

Dimana $I_n(\tau, f)$ merupakan indikator fungsi dari n^{th} garis *hyperbolic* misalnya I_n akan bernilai nol kecuali pada titik garis *hyperbolic* n^{th} . N merupakan jumlah total dari garis-garis *hyperbolic*, sehingga didapatkan estimasi dari $|\alpha(\tau, f)|$. Untuk mengestimasi $|W(f)|$ dapat didekati dengan menghilangkan estimasi atenuasi dan menjalankan sedikit *smoothing* kearah frekuensi, hal ini sesuai dengan melakukan konvolusi *smoothing* $b(f)$.

$$|V_g s(\tau, f)|_{sm} = b(f) \cdot \text{mean}_{\tau f} \left(\frac{|V_g s(\tau, f)|}{|\alpha(\tau, f)|_{est}} \right) \quad (2.27)$$