

BAB II TEORI DASAR

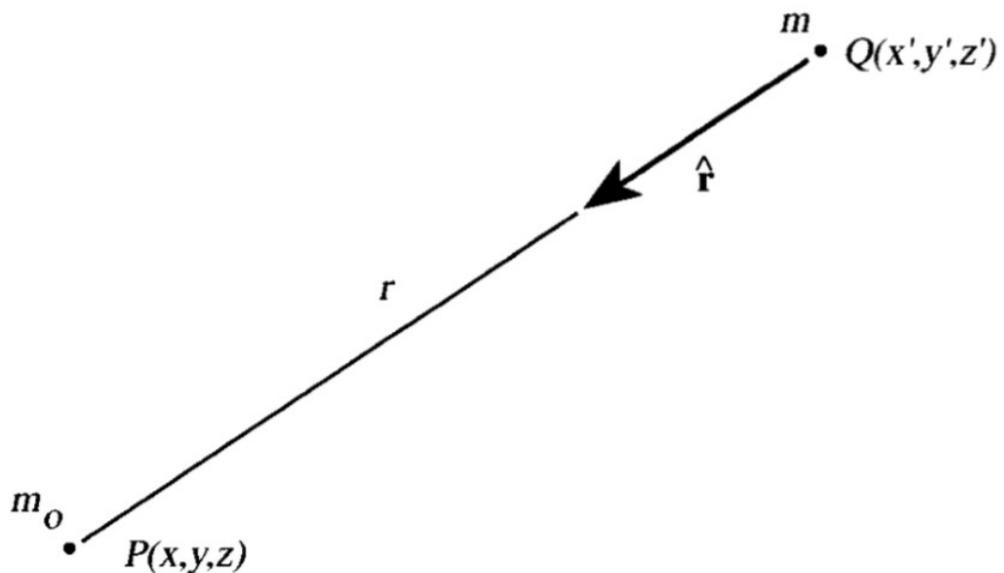
2.1 Daya Tarik dan Potensial Gaya berat

Daya tarik menarik antara dua buah benda dinyatakan oleh Hukum Newton. Hukum Newton menyatakan bahwa *magnitude* gaya gravitasi antara dua buah benda bermassa sebanding dengan massanya dan berbanding terbalik terhadap kuadrat dari jarak keduanya. Pada koordinat kartesian, gaya tarik menarik antara sebuah benda dengan massa m_0 di titik P (x,y,z) dan benda bermassa m pada pusat massa $Q(x',y',z')$ dinyatakan dalam bentuk persamaan:

$$F = \gamma \frac{mm_0}{r^2} \quad (2.1)$$

dimana

$$r = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{\frac{1}{2}}$$



Gambar 2. 1 Hukum Newton pada dua benda. Sumber : (Blakely, 1996).

dan γ merupakan konstanta gravitasi Newton. Pada gambar 2.1 kedua massa akan menghasilkan gaya tarik menarik, m_0 saat pengukuran metode gaya berat dianggap

sebagai titik pengukuran dan m merupakan massa tubuh batuan di bawah permukaan. Sehingga untuk mendapatkan gaya tarik dari benda yang diuji (tubuh batuan) perlu membagi gaya gravitasi dengan m_0 maka mengubah persamaan gaya tarik gravitasi menjadi:

$$\mathbf{g}(\mathbf{P}) = -\gamma \frac{m}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (2.2)$$

dengan $\hat{\mathbf{r}}$ merupakan unit vector yang mengarah ke massa m dari titik observasi, dalam sistem koordinat kartesian $\hat{\mathbf{r}}$ dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{1}{r} [(x - x')\hat{\mathbf{i}} + (y - y')\hat{\mathbf{j}} + (z - z')\hat{\mathbf{k}}]$$

Tanda minus merupakan hal yang penting berdasarkan konvensi, unit vektor $\hat{\mathbf{r}}$ merupakan vektor yang memiliki arah dari sumber massa ke titik pengukuran sehingga memiliki gaya tarik yang berlawanan. Karena \mathbf{g} merupakan gaya yang dibagi oleh massa, maka hal ini memiliki besaran percepatan yang disebut dengan percepatan gravitasi.

Berdasarkan persamaan (2.2) gaya tarik gravitasi merupakan sebuah medan irrotasi karena

$$\nabla \times \mathbf{g} = 0$$

Oleh karena itu, dari teorema Helmholtz, percepatan gravitasi adalah bidang yang konservatif dan dapat direpresentasikan sebagai gradien dari potensi skalar.

$$\mathbf{g}(\mathbf{P}) = \nabla U(\mathbf{P}) \quad (2.3)$$

dengan

$$U(\mathbf{P}) = \gamma \frac{m}{r} \quad (2.4)$$

Potensial gravitasi atau potensial Newton dinyatakan sebagai fungsi U dan percepatan gravitasi adalah sebuah medan potensial. Persamaan (2.3) mengikuti ketentuan Kellog dalam (Blakely, 1996) menyatakan bahwa potensial gravitasi merupakan kerja oleh medan pada sebuah partikel uji. Karena gravitasi merupakan medan konservatif sehingga tidak membutuhkan kerja total untuk memindahkan massa di sekitar *loop* tertutup.

Satuan-satuan dari persamaan gravitasi berdasarkan standar internasional (SI) seperti massa m dan m_0 memiliki satuan kilogram (Kg), jarak memiliki satuan

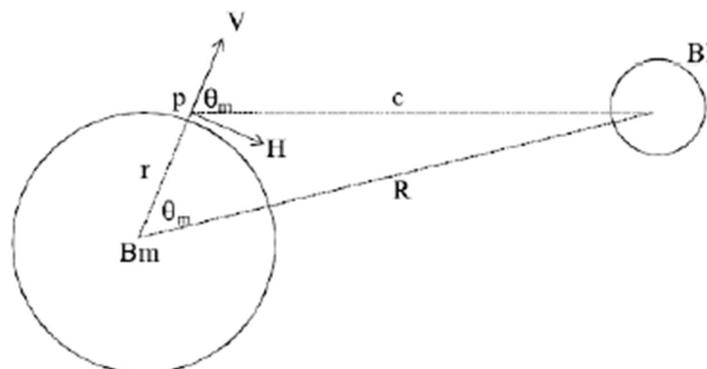
meter (m), konstanta gravitasi Newton adalah $6.67 \times 10^{-11} m^3 \cdot kg^{-1} \cdot sec^{-2}$, dan gaya gravitasi memiliki satuan $m \cdot sec^{-2}$. Sistem satuan cgs menyatakan satuan percepatan sebagai Gal yang merupakan singkatan dari “Galileo”, dimana gaya gravitasi dinyatakan sebagai satuan mGal ($1 \text{ mGal} = 10^{-3} \text{ Gal}$) dengan nilai $1 \text{ Gal} = 1 m \cdot sec^{-2}$. Sehingga konversi dari sistem satuan cgs ke satuan SI adalah $1 \text{ mGal} = 10^{-5} m \cdot sec^{-2}$.

2.2 Anomali Gaya berat

Anomali gaya berat merupakan besaran percepatan gravitasi pada suatu daerah pengukuran yang diakibatkan oleh benda-benda di bawah permukaan bumi. Namun pada saat pengukuran dilakukan, besaran percepatan gravitasi yang terukur tidak hanya bersumber dari benda-benda di bawah permukaan bumi saja sehingga diperlukan koreksi untuk memperoleh nilai anomali gaya berat yang sebenarnya. Koreksi gaya berat adalah sebagai berikut:

2.2.1 Koreksi *Tidal* (Pasang Surut)

Koreksi *Tidal* dilakukan untuk memperhitungkan pengaruh gaya berat dari benda-benda di luar bumi seperti matahari dan bulan yang dapat mempengaruhi nilai gravitasi di Bumi. Harga koreksi ini bergantung pada posisi lintang dan waktu pengambilan data gaya berat seperti gambar 2.2. Efek gaya berat di titik p pada permukaan bumi adalah sebagai berikut (Longman,1959):



Gambar 2. 2 Skematis Pengaruh Gaya berat Bulan Terhadap Titik P di Permukaan Bumi (Kadir,2000)

$$U_p = G(r) \left[\left(\frac{c}{R} \right)^3 \left(\cos 2\theta_m + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} \frac{r}{c} \left(\frac{c}{R} \right)^4 (5 \cos 3\theta_m + 3 \cos \theta_m) \right] \quad (2.5)$$

keterangan:

U_p = potensial di titik p akibat pengaruh bulan

θ_m = posisi lintang

Bl = bulan

Bm = bumi

c = jarak rata-rata ke bulan

r = jari-jari bumi ke titik p

R = jarak dari pusat bumi ke bulan

Bila telah didapatkan nilai *tidal*, maka kita dapat mendapatkan nilai koreksi dengan cara nilai gravitasi lapangan (g_{read}) terhadap dengan nilai *tidal*-nya.

2.2.2 Koreksi *Drift* (Apungan)

Koreksi *drift* atau apungan dilakukan karena adanya perbedaan pembacaan gaya berat di stasiun yang sama pada waktu yang berbeda, hal itu dikarenakan pada saat pengukuran di lapangan terjadinya guncangan pegas dan perubahan temperatur pada alat gravimeter yang dapat mengurangi tingkat elastisitas pegas selama proses transportasi dari stasiun satu ke stasiun lainnya selama proses pengukuran. Untuk mengetahui besar penyimpangan tersebut, maka akuisisi data dibuat dalam suatu rangkaian tertutup (*looping*)

Untuk mendapatkan nilai koreksi *drift* tersebut, maka persamaan sebagai berikut:

$$drift = \frac{g_{Nakhir} - g_{Nawal}}{t_{akhi} - t_{awal}} (t_{stasiun} - t_{awal}) \quad (2.6)$$

keterangan: *drift* = koreksi *drift* (mGal)

$$g_N = g_{\text{read}} + \textit{tidal} \text{ (mGal)}$$

$$g_{N \text{ akhir}} = \text{harga } g_N \text{ pada pengukuran stasiun terakhir (mGal)}$$

$$g_{N \text{ awal}} = \text{harga } g_N \text{ pada pengukuran stasiun awal dalam satu } \textit{looping} \text{ (mGal)}$$

$$t_{\text{awal}} = \text{waktu pengukuran stasiun awal dalam satu } \textit{looping}$$

$$t_{\text{akhi}} = \text{waktu pengukuran stasiun akhir dalam satu } \textit{looping}$$

$$t_{\text{stasiun}} = \text{waktu pengukuran stasiun ke-}n\text{, dengan } n = 1, 2, 3, \dots \text{ dst}$$

Setelah mendapatkan nilai koreksi *drift*, nilai gravitasi lapangan yang telah dikoreksi tidal yakni dikurangi dengan nilai koreksi *drift*.

2.2.3 Koreksi Lintang

Koreksi Lintang merupakan koreksi yang digunakan pada pembacaan nilai gaya berat di lapangan terhadap lintang geografis bumi. Nilai gaya berat pada setiap lintang atau dari ekuator ke kutub memiliki nilai pembacaan yang berbeda karena hasil dari rotasi bumi yang menyebabkan bentuk bumi tidak bulat sempurna (elipsoid) dan pipih di setiap kutubnya.

Untuk menghilangkan efek dari rotasi bumi yang memengaruhi nilai gaya berat di lapangan, dilakukan koreksi lintang dengan persamaan dari *International Association of Geodesy (IAG)* yang diberi nama *Geodetic Reference System 1980 (GRS80)* yaitu:

$$g(\phi) = 978032,700 (1 + 0,0053024 \sin^2\phi - 0,0000058 \sin^2 2\phi) \quad (2.7)$$

dimana ϕ adalah posisi (derajat lintang) titik pengukuran dalam satuan radian.

2.2.4 Koreksi Udara Bebas (*Free-Air Correction*)

Koreksi udara bebas merupakan koreksi yang dikarenakan pengaruh variasi ketinggian terhadap medan gravitasi bumi yang pada dasarnya semakin tinggi nilai ketinggian titik pengukuran dari *mean sea level* yang menyebabkan bertambahnya jarak dari titik pengukuran ke pusat bumi, sehingga nilai gaya gravitasi semakin kecil. Koreksi Udara bebas tidak memperhitungkan massa batuan di antara *mean sea level* terhadap titik pengukuran dengan persamaan:

$$FAC = 0,3085 * h \quad (2.8)$$

Setelah didapatkan nilai Koreksi Udara Bebas, maka dapat *Free Air Anomaly* dengan persamaan sebagai berikut:

$$FAA = g_{obs} - g(\Phi) + FAC \quad (2.9)$$

2.2.5 Koreksi Bouguer

Koreksi *Bouguer* merupakan koreksi yang memperhitungkan untuk menghilangkan efek tarikan suatu massa yang berada di antara titik pengamatan dan *mean sea level* dengan asumsi lapisan batuan tersebut berupa *slab* dengan nilai ketinggian titik pengukuran. Besaran koreksi ini adalah:

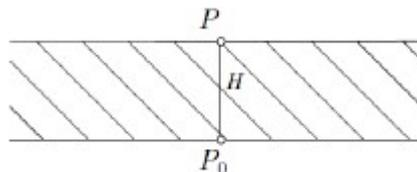
$$BC = 0,04185 h\rho \quad (2.10)$$

Dimana:

BC: koreksi Bouguer (mGal)

h : elevasi (m)

ρ : massa jenis (gr/cc)

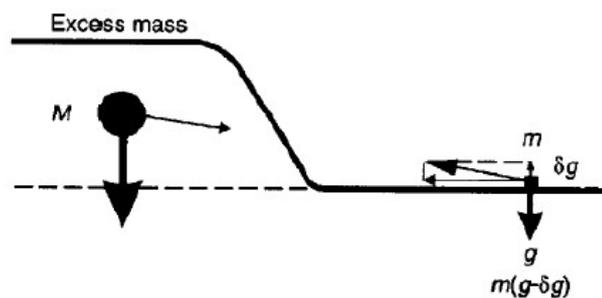


Gambar 2. 3 Koreksi Bouguer (Wellenhof and Moritz, 2005)

2.2.6 Koreksi *Terrain*

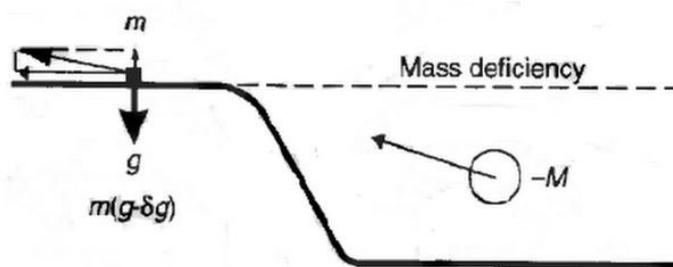
Koreksi *Terrain* digunakan untuk menghilangkan pengaruh topografi permukaan yang berundulasi atau bentuk permukaan yang perbedaan elevasi yang besar, seperti adanya bukit atau lembah di sekitar titik pengukuran. Perbedaan dengan koreksi *Bouguer* diasumsikan bahwa titik pengukuran di lapangan yang berada pada suatu bidang datar yang sangat luas sedangkan pada koreksi *Terrain* menghilangkan efek atau pengaruh di sekitar titik pengukuran.

Jika stasiun pengukuran berada dekat dengan gunung, maka akan terdapat gaya ke atas yang menarik pegas pada gravimeter, sehingga akan mengurangi nilai pembacaan gravitasi



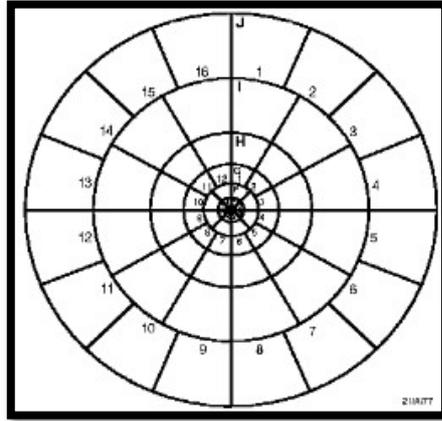
Gambar 2. 4 Stasiun yang berada dekat dengan gunung (Reynolds, 1997).

Sementara jika stasiun pengukuran berada dekat dengan lembah, maka akan ada gaya ke bawah yang hilang sehingga pegas pada gravimeter tertarik ke atas. Hal ini akan mengurangi pembacaan nilai gravitasi



Gambar 2. 5 Stasiun yang berada dekat dengan lembah (Reynolds, 1997).

Koreksi *terrain* dilakukan dengan metode grafik yang menggunakan *Hammer chart* yang dibuat oleh Hammer pada tahun 1939.



Gambar 2. 6 Hammer Chart untuk Menghitung Koreksi Medan (Reynolds, 1997)

Koreksi medan dihitung menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$TC = \frac{2\pi G\rho}{n}(r_L - r_D) + \left(\sqrt{r_L^2 - z^2}\right) - \left(\sqrt{r_D^2 - z^2}\right) \quad (2.11)$$

keterangan:

- n = jumlah segmen dalam zona
- z = perbedaan elevasi rata-rata kompartemen dan titik pengukuran (m)
- r_L, r_D = radius luar dan radius dalam kompartemen (m)
- ρ = densitas batuan rata-rata (Kg/m^3)

2.2.7 Complete Bouguer Anomaly (CBA)

Setelah melakukan proses koreksi-koreksi, maka akan didapatkan nilai *Complete Bouguer Anomaly (CBA)* merupakan anomali yang disebabkan oleh variasi densitas secara lateral pada batuan di kerak bumi yang telah berada pada bidang

referensi yaitu bidang geoid. Persamaan untuk mendapatkan nilai *Complete Bouguer Anomaly (CBA)* adalah:

$$CBA = g_{observasi} - g\Phi + FAC - BC + TC \quad (2.12)$$

atau

$$CBA = FAA - BC + TC \quad (2.13)$$

Nilai anomali *Bouguer* di atas sering disebut sebagai *Complete Bouguer Anomaly (CBA)*. Sedangkan anomali *Bouguer* yang didapatkan tanpa memasukkan koreksi medan ke dalam perhitungan disebut *Simple Bouguer Anomaly (SBA)*. Sementara nilai lain adalah *Free Air Anomaly (FAA)*. *FAA* adalah nilai anomali *Bouguer* yang tidak memperhitungkan efek massa batuan sehingga tidak memasukkan koreksi *Bouguer* ke dalam perhitungan.

2.3 Model Gaya berat

Model gaya berat merupakan model yang diperoleh berdasarkan data anomali gaya berat setelah proses pengolahan data. Selanjutnya model ini diinterpretasi sesuai dengan keadaan geologi. Proses dalam mendapatkan model gaya berat dapat dilakukan melalui beberapa metode seperti *invers modeling*, *forward modeling*, dan *data enhancement*.

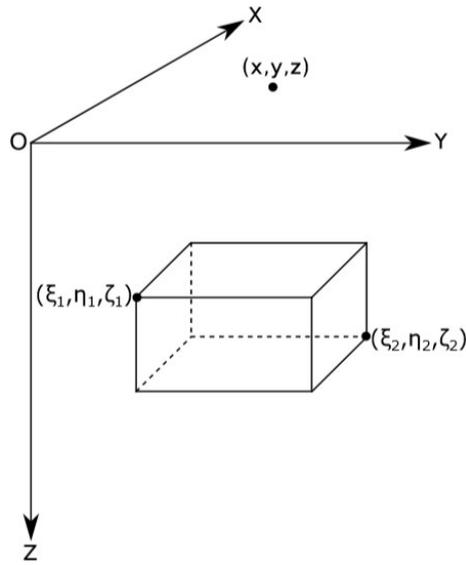
- a. *Forward modeling* : model awal yang dibangun berdasarkan intuisi geologi dan geofisika. Anomali model dihitung dan dibandingkan dengan data observasi, perhitungan akan dilakukan berulang dengan parameter yang disesuaikan sehingga dianggap cukup sama (Blakely, 1996).
- b. *Invers modeling* : Satu atau lebih parameter *body* dihitung secara otomatis dan langsung dari anomali yang diamati. Asumsi penyederhanaan tidak bisa dihindari (Blakely, 1996).
- c. *Data enhancement* : Tidak ada parameter model yang dihitung, tetapi anomali diproses dalam beberapa cara untuk meningkatkan karakteristik tertentu dari sumber, sehingga memfasilitasi interpretasi keseluruhan (Blakely, 1996).

2.4 *Forward modeling*

Forward modeling merupakan pemodelan berdasarkan model yang ditentukan melalui informasi geologi atau data penelitian geofisika sebelumnya, model dihitung dan dibandingkan dengan data observasi. Anomali model akan dihitung berulang hingga mencapai kesamaan yang cukup melalui penyesuaian parameter *body*. Pemodelan ini dapat juga digunakan untuk menguji kemampuan suatu metode geofisika dan desain *survey* mengidentifikasi objek yang ingin dicapai. Anomali gaya berat dapat dihitung secara matematis melalui model *body* sederhana seperti kubus, bola, dan silinder.

Pada penelitian ini penulis menggunakan pendekatan perhitungan anomali model melalui geometri bodi prisma segi empat. Menurut (Gunawan & Alawiyah, 2016) geometri *body* prisma segi empat dapat digunakan untuk menggambarkan geometri benda yang lebih rumit. Melalui kumpulan prisma segi empat dapat digunakan untuk memperkirakan volum massa (Li & Chouteau, 1997). Pendekatan *forward modeling* menggunakan objek berupa prisma segi empat dikembangkan setelah tahun 1800-an, namun solusi persamaan yang paling sering digunakan adalah penurunan persamaan dari Sorokin (1951), Haaz (1953), Jung (1961), Plouff (1966, 1976), Nagy (1966), Okabe (1979), Steiner dan Zilahi-Sebes (1988) serta Zhou (2009).

Persamaan (2.2) adalah pendekatan *forward modeling* umum yang bisa langsung digunakan pada pendekatan objek geometri berupa bola pejal. Objek geometri berupa bola pejal sulit mengakomodasi kebutuhan perhitungan geometri benda yang lebih rumit, misalnya bentuk geometri berupa prisma segi empat (Gunawan & Alawiyah, 2016).



Gambar 2. 7 Prisma segi empat dalam sistem koordinat kartesian. Sumber :
(Gunawan & Alawiyah, 2016)

Sebuah prisma segi empat (Gambar 2.7) yang sisi prismanya sejajar dengan sumbu x , y , z , dengan densitas ρ seragam dan dimensi yang dibatasi oleh $\xi_1 \leq \xi \leq \xi_2$, $\eta_1 \leq \eta \leq \eta_2$, dan $\zeta_1 \leq \zeta \leq \zeta_2$ memiliki tarikan vertikal pada titik (x, y, z) (Gambar 2.1). Persamaan yang secara umum digunakan untuk *forward modeling* pada objek geometri prisma segi empat adalah sebagai berikut:

$$\vec{g}(x, y, z) = -G\rho \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{z-\zeta}{r^3} d\xi d\eta d\zeta \quad (2.14)$$

Berdasarkan persamaan (2.14) banyak peneliti menurunkan solusi persamaan untuk *forward modeling* dengan objek prisma segi empat. Penelitian ini menggunakan metode *forward modeling* yang dikembangkan oleh Sorokin, Haaz, Jung, Plouff, Okabe, dan Nagy. Metode ini akan menghitung nilai gravitasi (g) dengan konstanta gravitasi (G) dan jarak antara stasiun posisi pengukuran ke bodi (r).

- a. Metode Sorokin (1951) dalam (Li & Chouteau, 1997) memiliki persamaan sebagai berikut:

$$g = -G\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \times \left[x_i \ln(y_j + r_{ijk}) + y_j \ln(x_i + r_{ijk}) + z_k \arctan \frac{z_k r_{ijk}}{x_i y_j} \right] \quad (2.15)$$

- b. Metode Haaz (1953), Jung (1961), Plouff (1966, 1976) dalam (Li & Chouteau, 1997), memiliki persamaan sebagai berikut:

$$g = -G\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \times \left[x_i \ln(y_j + r_{ijk}) + y_j \ln(x_i + r_{ijk}) - z_k \arctan \frac{x_i y_j}{z_k r_{ijk}} \right] \quad (2.16)$$

- c. Metode Okabe (1979) memiliki persamaan sebagai berikut:

$$g = -G\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \times \left[x_i \ln(y_j + r_{ijk}) + y_j \ln(x_i + r_{ijk}) + 2z_k \arctan \frac{x_i + y_j + r_{ijk}}{z_k} \right] \quad (2.17)$$

- d. Metode Nagy (1966) memiliki persamaan sebagai berikut:

$$g = -G\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \times \left[x_i \ln(y_j + r_{ijk}) + y_j \ln(x_i + r_{ijk}) - z_k \arcsin \frac{y_j^2 + z_k^2 + y_j r_{ijk}}{(y_j + r_{ijk}) \sqrt{y_j^2 + z_k^2}} \right] \quad (2.18)$$

di mana,

$$\mu_{ijk} = (-1)^i (-1)^j (-1)^k \quad (2.19)$$

2.5 Interpolasi Linear

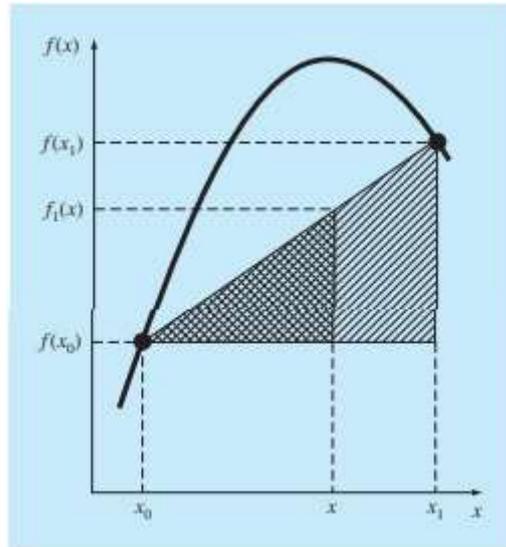
Bentuk sederhana dari interpolasi adalah menghubungkan dua titik data dengan sebuah garis lurus. Cara ini disebut sebagai interpolasi linear, digambarkan seperti gambar 2.8. Menggunakan segi tiga pada gambar tersebut diperoleh persamaan,

$$\frac{f_1(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \quad (2.20)$$

Dapat disusun ulang menjadi,

$$f_1(x) = f(x_0) + (x - x_0) \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \quad (2.21)$$

Notasi $f_1(x)$ menunjukkan bahwa ini adalah interpolasi polinomial orde pertama. $[f(x_1) - f(x_0)/x_1 - x_0]$ mewakili kemiringan garis yang menghubungkan titik, juga merupakan sebuah *finite-divided-difference*.



Gambar 2. 8 Penggambaran grafis interpolasi linier. Daerah yang diarsir menunjukkan segitiga serupa yang digunakan untuk memperoleh rumus interpolasi linier (persamaan 2.20) (Griffiths & Smith, 2006).

2.6 Interpolasi Nearest Neighbor

Metode ini menetapkan nilai suatu titik yang diinterpolasi ke nilai titik data terdekat yang ada. Jadi, interpolasi tampak seperti serangkaian garis lurus mendatar, yang dapat dianggap sebagai polinomial orde-nol.

Mempertimbangkan dua titik data x_i dan x_{i+1} , metode ini akan mencari titik tengah antara kedua data. Ketika nilai x yang akan diinterpolasi memiliki jarak lebih kecil dari titik tengah maka nilai y akan sama dengan nilai y_i , jika jarak x melebihi titik tengah maka hasil interpolasi akan bernilai y_{i+1} . Bentuk ekspresi dari interpolasi nearest neighbor seperti,

$$f_i(x) = \begin{cases} y_i, & x \leq \frac{1}{2}(x_{i+1} - x_i) \\ y_{i+1}, & x > \frac{1}{2}(x_{i+1} - x_i) \end{cases} \quad (2.22)$$

2.7 Sifat Akuifer

Zona jenuh di bawah permukaan air disebut akuifer, dan akuifer adalah gudang air yang sangat besar (USGS, 2016). Air tanah dapat ditemukan di ruang pori batuan sedimen yang tidak terkonsolidasi dan terkonsolidasi dan lapisan pelapukan, pada sambungan dan celah batuan keras, di zona patahan, dan di gua karst (Abdallatif et al., 2009). Akuifer dengan reservoir air yang disimpan dalam ruang pori disebut akuifer pori atau akuifer berpori (Abdallatif et al., 2009). Jenis batuan seperti batu pasir, konglomerat, batu kapur yang retak dan pasir yang tidak terkonsolidasi dan kerikil. Batuan vulkanik yang retak seperti basal kolom juga membuat akuifer yang baik. Batuan seperti granit dan sekis umumnya adalah akuifer yang buruk karena memiliki porositas yang sangat rendah. Namun, jika batu-batu ini sangat retak, mereka membuat pemecah yang baik (IMNH, 2016). Jika tes pemompaan tidak dapat digunakan, investigasi geofisika dapat menjembatani kesenjangan dalam memberikan informasi tentang akuifer di area mana pun. Mereka adalah *transmissivity*, kedalaman ke akuifer, konduktivitas hidrolik dan storativitas.

Transmissivity adalah sifat hidraulik penting dari akuifer dan material yang mengandung air (Krasny, 1993). Pengetahuan tentang distribusi *transmissivity* membantu kita mengambil kesimpulan penting dari studi hidrogeologi (Krasny, 1993). Mereka memberikan dasar untuk eksplorasi, pengembangan, abstraksi, dan perlindungan air tanah di masa depan (Krasny, 1993). Konduktivitas hidrolik adalah kemampuan keseluruhan air untuk mengalir melalui bahan geologis, yang bertanggung jawab atas semua bukaan pada material. Istilah konduktivitas hidrolik dan permeabilitas digunakan secara bergantian dalam beberapa teks (EPA, 2016).