

BAB II

TEORI DASAR

2.1 Metode Gayaberat

Metode Gayaberat adalah salah satu metode dalam geofisika yang didasarkan pada pengukuran medan gravitasi. Pengukuran ini dapat dilakukan di permukaan bumi, kapal maupun di udara. Dalam metode ini yang dipelajari adalah variasi medan gravitasi akibat variasi rapat massa batuan di bawah permukaan sehingga dalam pelaksanaannya yang diselidiki adalah perbedaan medan gravitasi dari suatu titik observasi terhadap titik observasi lainnya. Metode Gayaberat umumnya digunakan dalam eksplorasi jebakan minyak (*oil trap*), mineral dan lainnya (Kearey dan Brooks, 1991).

Struktur bawah permukaan (struktur geologi) adalah suatu struktur atau kondisi geologi yang ada di suatu daerah sebagai akibat dari terjadinya perubahan-perubahan pada batuan oleh proses tektonik atau proses lainnya. Terjadinya proses tektonik menyebabkan batuan (batuan beku, batuan sedimen, dan batuan metamorf) maupun kerak bumi akan berubah susunan dari keadaan semula. Keberadaan struktur di satu sisi bisa bernilai ekonomis yang tinggi dan di sisi lain bisa mendatangkan kerugian. Penelitian untuk mengetahui zona struktur dilakukan dengan metode Gayaberat dengan alasan sensitivitas respon, murah secara ekonomi maupun teknik lapangan (Chumairoh dkk, 2014).

Adanya variasi rapat massa batuan di suatu tempat dengan tempat lain, akan menimbulkan medan gravitasi yang tidak merata dan perbedaan inilah yang terukur di permukaan bumi. Perbedaan medan Gayaberat yang relatif kecil inilah maka digunakan alat ukur yang mempunyai ketelitian yang cukup tinggi. Alat ukur yang sering digunakan adalah gravimeter.

Pada dasarnya Gayaberat adalah gaya tarik menarik antara dua buah benda yang memiliki rapat massa yang berbeda, hal ini dapat diekspresikan oleh rumus hukum Newton sederhana seperti berikut:

$$\vec{F}(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (2.1)$$

dengan: F = gaya tarik menarik antara dua benda (N)

G = konstanta Gayaberat ($6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$)

m_1, m_2 = massa dua benda berbeda (kg)

r = jarak antar pusat massa (m)

\hat{r} = arah vektor

Untuk gaya gravitasi antara benda bermassa m dengan bumi bermassa M , adalah:

$$F = G \frac{m M}{r^2} \quad (2.2)$$

Karena jarak benda ke permukaan bumi sangat kecil, maka nilai r sebanding dengan nilai jari-jari bumi (R), sehinggal persamaan (2.2) menjadi:

$$F = G \frac{m M}{R^2} \quad (2.3)$$

Dalam pengukuran Gayaberat yang diukur bukan gaya gravitasi F , melainkan percepatan gravitasi g . Hubungan antara keduanya dijelaskan oleh hukum Newton II yang menyatakan bahwa sebuah gaya adalah hasil perkalian dari massa dengan percepatan. Hukum Newton mengenai gerak Newton, yaitu:

$$F = mg \quad (2.4)$$

Interaksi antara bumi (bermassa) dengan benda di permukaan bumi (bermassa m) sejauh jarak R dari pusat keduanya juga memenuhi hukum tersebut, maka dari persamaan (2.3) dan (2.4) didapatkan:

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad (2.5)$$

Dimana satuan g adalah m/det^2 dalam SI, atau Gal (Galileo), yaitu $1\text{cm}/\text{det}^2$. Karena pengukuran dilakukan dalam variasi percepatan gravitasi yang begitu kecil, maka satuan yang sering digunakan adalah miliGal (mGal). Persamaan (2.5) menunjukkan bahwa besarnya percepatan yang disebabkan oleh gravitasi di bumi (g) adalah berbanding lurus dengan massa bumi (M) dan berbanding terbalik dengan kuadrat jari-jari bumi (R).

Dalam metode gravitasi, pengukuran dilakukan terhadap nilai komponen vertikal dari percepatan gravitasi di suatu tempat. Namun pada kenyataannya, bentuk bumi tidak sepenuhnya bulat sehingga terdapat variasi nilai percepatan gravitasi untuk masing-masing tempat.

Hal-hal yang dapat mempengaruhi nilai percepatan gravitasi adalah perbedaan derajat garis lintang, perbedaan ketinggian (topografi), kedudukan bumi dalam tata surya, variasi rapat massa batuan di bawah permukaan bumi, perbedaan elevasi tempat pengukuran, dan hal lain yang dapat memberikan kontribusi nilai gravitasi, misalnya bangunan.

Potensial gravitasi adalah energi yang diperlukan untuk memindahkan suatu massa dari suatu titik ke titik tertentu. Suatu benda dengan massa tertentu dalam sistem ruang akan menimbulkan medan potensial di sekitarnya. Dimana medan potensial akan bersifat konservatif, artinya usaha yang dilakukan dalam suatu medan gravitasi tidak tergantung pada lintasan yang ditempuhnya tetapi hanya tergantung pada posisi awal dan akhir. Medan potensial dapat dinyatakan sebagai gradien atau potensial skalar melalui persamaan:

$$g = -\nabla U(r) \quad (2.6)$$

Fungsi U pada persamaan di atas disebut potensial gravitasi, sedangkan percepatan gravitasi g merupakan medan potensial. Tanda minus menandakan bahwa arah Gayaberat menuju ke titik yang dituju.

Dengan mengasumsikan bumi dengan massa M bersifat homogen dan berbentuk bola dengan jari-jari R , potensial gravitasi di permukaan dapat didefinisikan dengan persamaan:

$$\nabla U(\vec{r}) = -\frac{F(\vec{r})}{m_2} = -g(\vec{r}) \quad (2.7)$$

$$U(\vec{r}) = \int_{\infty}^r (\nabla U) \cdot dr = \int_{\infty}^r g \cdot dr \quad (2.8)$$

$$U(r) = -Gm \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = G \frac{m}{r} \quad (2.9)$$

Berdasarkan persamaan (2.9), potensial yang disebabkan oleh elemen massa dm pada titik (x,y,z) dengan jarak r dari $P(0,0,0)$ adalah:

$$dU = G \frac{dm}{r} = G\rho \frac{dx dy dz}{r} \quad (2.10)$$

dimana $\rho(x, y, z)$ adalah densitas dan $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

Potensial total dari massa adalah:

$$U = G \int_x \int_y \int_z \frac{\rho}{r} dx dy dz \quad (2.11)$$

karena g adalah percepatan gravitasi pada sumbu z (arah vertikal) dan dengan asumsi ρ konstan, maka:

$$g = -\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right) = G\rho \int_x \int_y \int_z \frac{z}{r^3} dx dy dz \quad (2.12)$$

Dengan menggunakan rumus dasar inilah maka survei geofisika metode Gayaberat dapat dilakukan, namun seperti halnya metode geofisika lainnya, tentu saja metode ini memiliki koreksi. Koreksi dalam metode Gayaberat adalah sebagai berikut:

2.1.1 Koreksi Pasang Surut (*Tidal Correction*)

Koreksi ini dilakukan untuk menghilangkan pengaruh gravitasi benda-benda di luar bumi seperti bulan dan matahari yang berubah terhadap lintang dan waktu. Penurunan efek koreksi pasang surut ini hampir sebagian besar menggunakan persamaan Longman:

$$tide = G(r) + \left[\left(\frac{c}{R}\right)^3 \left(\sin 2\theta_m + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} \frac{r}{c} \left(\frac{c}{R}\right)^4 (5 \cos 3\theta_m + 3 \cos \theta_m) \right] \quad (2.13)$$

Dalam praktiknya, koreksi pasang surut dilakukan dengan cara mengukur nilai Gayaberat di stasiun yang sama (*base*) pada interval waktu tertentu. Kemudian bacaan gravimeter tersebut diplot terhadap waktu agar menghasilkan suatu persamaan yang digunakan untuk menghitung koreksi pasang surut. Nilai koreksi pasang surut ini selalu ditambahkan pada pembacaan Gayaberat.

$$g_t = g_{obs} + tidal_{obs} \quad (2.14)$$

dengan: g_t = Gayaberat terkoreksi *tidal* (mGal)

g_{obs} = Gayaberat bacaan (mGal)

$tidal_{obs}$ = koreksi *tidal* (mGal)

2.1.2 Koreksi Apungan (*Drift Correction*)

Koreksi apungan akibat adanya perbedaan pembacaan Gayaberat dari stasiun yang sama pada waktu yang berbeda, yang disebabkan karena adanya guncangan pegas alat gravimeter selama proses transportasi dari suatu stasiun ke stasiun lainnya. Untuk menghilangkan efek ini, akuisisi data Gayaberat didesain dalam suatu rangkaian tertutup (*loop*), sehingga besar penyimpangan tersebut dapat diketahui dan diasumsikan linier pada selang waktu tertentu. Koreksi apungan pada masing-masing titik stasiun adalah:

$$drift_n = \frac{g_{akhir} - g_0}{t_{akhir} - t_0} (t_n - t_0) \quad (2.15)$$

$$g_{lokal} = (g_t - drift_n) \quad (2.16)$$

dengan: t_n = waktu pembacaan pada stasiun ke-n (detik)

t_0 = waktu pembacaan pada awal *looping* (detik)

t_{akhir} = waktu pembacaan pada akhir *looping* (detik)

g_0 = bacaan gravimeter terkoreksi *tidal* pada awal *looping* (mGal)

g_{akhir} = bacaan gravimeter terkoreksi *tidal* pada akhir *looping* (mGal)

g_{lokal} = Gayaberat terkoreksi *drift* dan *tidal* (mGal)

$drift_n$ = besarnya koreksi *drift* pada stasiun ke-n (mGal)

g_t = Gayaberat terkoreksi *tidal* (mGal)

2.1.3 Koreksi Lintang

Koreksi lintang dilakukan karena bentuk bumi yang tidak sepenuhnya bulat sempurna, sehingga terdapat perbedaan antara jari-jari bumi di kutub dengan di daerah khatulistiwa. Dengan demikian nilai Gayaberat di kutub akan lebih besar dibandingkan nilai Gayaberat di khatulistiwa. Adanya perbedaan ini, maka koreksi lintang sangat memengaruhi besar Gayaberat di satu daerah.

Secara sistematis, anomali medan gravitasi di topografi dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan berikut:

$$\Delta g(x, y, z) = g_{obs}(x, y, z) - g_{teoritis}(x, y, z) \quad (2.17)$$

dengan $\Delta g(x, y, z)$ merupakan anomali medan gravitasi di topografi, dan $g_{obs}(x, y, z)$ adalah medan gravitasi observasi di topografi yang sudah dikoreksikan terhadap koreksi pasang surut, koreksi tinggi alat dan koreksi

apungan. Sedangkan $g_{teoritis}(x, y, z)$ merupakan medan gravitasi teoritis di topografi.

Medan gravitasi teoritis yang ditentukan lebih awal adalah medan gravitasi normal yang terletak pada bidang datum (pada ketinggian $z=0$) sebagai titik referensi geodesi. Rumusan medan gravitasi normal pada bidang datum ini telah ditetapkan oleh *The International Assosiation of Geodesy System* (IAG 1967) yang diberi nama *Geodetic Reference System 1980 (GRS80)* sebagai fungsi lintang, yaitu:

$$g_{\varphi} = 978032.700 (1 + 0.0053024 \sin^2\varphi - 0.0000058 \sin^2 2\varphi) \quad (2.18)$$

dengan: g_{φ} = Gayaberat terkoreksi lintang (mGal)

φ = sudut lintang (radian)

Dari persamaan (2.18) terlihat bahwa semakin tinggi letak lintangnya, maka semakin besar percepatan gravitasinya. Jadi, medan gravitasi bumi cenderung bertambah besar ke arah kutub.

2.1.4 Koreksi Udara Bebas (*Free Air Correction*)

Koreksi Udara Bebas (*Free Air Correction*) dilakukan untuk menghilangkan efek topografi atau efek ketinggian yang mempengaruhi nilai pembacaan nilai Gayaberat tanpa memperhatikan efek dari massa batuan (Gambar 2.1). Dengan kata lain koreksi udara bebas merupakan perbedaan Gayaberat yang diukur pada *mean sea level (geoid)* dengan Gayaberat yang diukur pada ketinggian h meter dengan tidak ada batuan diantaranya.

Nilai Gayaberat pada *mean sea level* dengan menganggap bentuk bumi yang ideal, *spheroid*, tidak berotasi, dan massa terkonsentrasi pada pusatnya, yaitu:

$$g_0 = G \frac{M}{R^2} \quad (2.19)$$

Nilai Gayaberat pada stasiun pengukuran dengan elevasi h (meter) dari *mean sea level* (Iwan, 2012) adalah:

$$g_h = G \frac{M}{(R+h)^2} = g_0 + h \frac{\partial g_0}{\partial R} \quad (2.20)$$

Perbedaan nilai Gayaberat antara yang terletak pada *mean sea level* dengan titik yang terletak pada elevasi h (meter) adalah koreksi udara bebas (FAC) diberikan persamaan sebagai berikut (Karunianto dkk, 2017) .

$$FAC = \partial g_f = \frac{\partial g_0}{\partial R} h = \frac{\partial(G \frac{M}{R^2})}{\partial R} h = -\frac{2GM}{R^3} h = -(\frac{2g_0}{R})h = -0.3085 \times h \quad (2.21)$$

dengan: $g_0 = 981785$ mGal

$R = 6371000$ meter

$M = 5.97 \times 10^{27}$ kilogram

$h =$ ketinggian (m)

Sehingga besarnya anomali pada posisi tersebut menjadi :

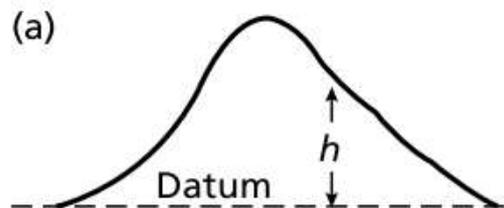
$$FAA = g_{obs} - g_{\varphi} + FAC \quad (2.22)$$

dengan : $FAA =$ *Free Air Anomaly* (mGal)

$g_{obs} =$ Gayaberat observasi (mGal)

$g_{\varphi} =$ Gayaberat teoritis pada lintang (mGal)

$FAC =$ *Free Air Correction* (mGal)



Gambar 2. 1 Koreksi udara bebas terhadap Gayaberat (Kearey dan Brooks, 1991)

2.1.5 Koreksi Bouguer (*Bouguer Correction*)

Koreksi Bouguer merupakan koreksi ketinggian yang memperhitungkan adanya efek dari massa batuan yang berada di antara bidang datum (*geoid*) dan titik amat dengan asumsi memiliki jari-jari tak terhingga dengan tebal h (meter) dan densitas ρ (gr/cm^3) (Gambar 2.2). Sehingga koreksi bouguer dapat ditulis sebagai berikut:

$$BC = 0.0429 \times \rho \times h \text{ mGal} \quad (2.23)$$

dengan: $\rho =$ rapat massa rata-rata daerah penelitian (gr/cm^3)

$h =$ ketinggian titik amat (m)

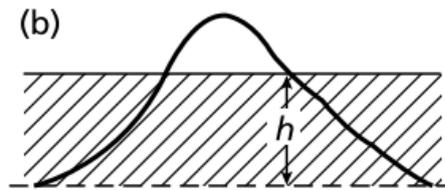
Anomali Gayaberat setelah diaplikasikan koreksi udara bebas dan koreksi Bouguer yaitu:

$$SBA = FAA - BC \quad (2.24)$$

dengan: $SBA =$ *Simple Bouguer Anomaly* (mGal)

$FAA =$ *Free Air Anomaly* (mGal)

$BC =$ *Bouguer Correction* (mGal)



Gambar 2. 2 Koreksi bouguer terhadap Gayaberat (Kearey dan Brooks, 1991)

2.1.6 Koreksi Medan (*Terrain Correction*)

Koreksi medan mengakomodir ketidak teraturan pada topografi sekitar titik pengukuran (Gambar 2.3). Pada saat pengukuran, elevasi topografi di sekitar titik pengukuran, biasanya dalam radius dalam dan luar, diukur elevasinya. Sehingga koreksi ini dapat ditulis sebagai berikut :

$$TC = \frac{2\pi G\rho}{n} (r_L - r_D) + (\sqrt{r_L^2 - z^2}) - (\sqrt{r_D^2 - z^2}) \text{ mGal} \quad (2.25)$$

dengan: r_L dan r_D = radius luar dan radius dalam kompartemen

z = perbedaan elevasi rata-rata kompartemen

n = jumlah segmen dalam zona tersebut

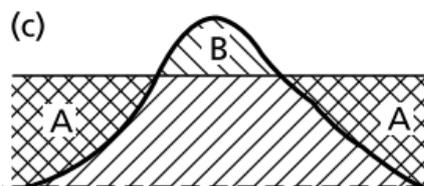
Karena komponen gaya horizontal (koreksi medan) bersifat mengurangi nilai Gayaberat terukur, maka koreksi medan harus ditambahkan pada *Simple Bouguer Anomaly* (SBA), sehingga anomali menjadi *Complete Bouguer Anomaly* (CBA).

$$CBA = SBA + TC \quad (2.26)$$

dengan: CBA = *Complete Bouguer Anomaly* (mGal)

SBA = *Simple Bouguer Anomaly* (mGal)

TC = *Terrain Correction* (mGal)



Gambar 2. 3 Koreksi medan terhadap Gayaberat (Kearey dan Brooks, 1991)

2.2 Analisis Spektrum

Analisis spektrum dilakukan untuk mengestimasi lebar jendela dan mengestimasi kedalaman dari anomali Gayaberat. Selain itu analisis spektrum juga

dapat digunakan untuk membandingkan respon spektrum dari berbagai metode *filtering*. Analisis spektrum dilakukan dengan mentransformasi Fourier lintasan-lintasan yang telah ditentukan.

Spektrum diturunkan dari potensial Gayaberat yang teramati pada suatu bidang horizontal dimana Transformasi Fouriernya sebagai berikut (Karunianto dkk, 2017):

$F(U) = \gamma\mu F\left(\frac{1}{r}\right)$ dan $F\left(\frac{1}{r}\right) = 2\pi \frac{e^{|k|(z_0-z_1)}}{|k|}$, maka persamaannya menjadi:

$$F(U) = 2\pi\gamma\mu \frac{e^{|k|(z_0-z_1)}}{|k|} \quad (2.27)$$

dengan: U = potensial Gayaberat (Joule)

μ = anomali rapat massa (kg/m)

γ = konstanta Gayaberat (Nm²/kg²)

r = jarak (meter)

k = bilangan gelombang (rad.m⁻¹)

$z_1 > z_0$ (*dimensionless*)

$|k| \neq 0$ (*dimensionless*)

Transformasi Fourier anomali Gayaberat yang diamati pada bidang horizontal diberikan oleh persamaan:

$$F(g_z) = \gamma\mu F\left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r}\right) = \gamma\mu \frac{\partial}{\partial z} F\left(\frac{1}{r}\right) = 2\pi\gamma\mu e^{|k|(z_0-z_1)} \quad (2.28)$$

dengan: g_z = anomali Gayaberat(mGal)

z_0 = ketinggian titik amat (meter)

k = bilangan gelombang (rad.m⁻¹)

z = kedalaman benda anomali (meter)

$z_0 - z_1$ (*dimensionless*)

Jika distribusi rapat massa bersifat *random* dan tidak ada korelasi antara masing-masing nilai gaya berat, maka $2\pi\gamma\mu = 1$ sehingga hasil Transformasi Fourier anomali Gayaberat menjadi:

$$A = Ce^{|k|(z_0-z_1)} \quad (2.29)$$

dengan: A = amplitudo (meter)

C = konstanta

Estimasi lebar jendela dilakukan untuk menentukan lebar jendela yang akan digunakan untuk memisahkan data regional dan residual. Untuk mendapatkan

estimasi lebar jendela yang optimal didapatkan dengan me-logaritma-kan spektrum amplitudo yang dihasilkan dari Transformasi Fourier di atas, sehingga memberikan hasil persamaan garis lurus. Komponen k menjadi berbanding lurus dengan spektrum amplitudo.

$$\ln A = (z_0 - z_1)|k| \quad (2.30)$$

Dari persamaan garis lurus di atas, melalui regresi linier diperoleh batas antara orde satu (zona regional) dan orde dua (zona residual), sehingga nilai k pada batas tersebut diambil sebagai penentu lebar jendela. Hubungan panjang gelombang dengan k diperoleh dari persamaan (Karunianto dkk., 2017):

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ dimana } \lambda = n \cdot \Delta x \quad (2.31)$$

dengan: n = lebar jendela

Maka didapatkan estimasi lebar jendelanya yaitu:

$$n = \frac{2\lambda}{\Delta x} \quad (2.32)$$

Untuk estimasi kedalaman diperoleh dari nilai gradien persamaan garis lurus di atas. Nilai gradien hasil regresi linier zona regional menunjukkan kedalaman regional dan nilai hasil regresi linier zona residual menunjukkan kedalaman residual.

2.3 Moving Average

Anomali Bouguer merupakan suatu nilai anomali Gayaberat yang disebabkan oleh perbedaan densitas batuan pada daerah dangkal dan daerah yang lebih dalam di bawah permukaan. Efek yang berasal dari batuan pada daerah dangkal disebut anomali residual, sementara efek yang berasal dari batuan pada daerah yang lebih dalam disebut anomali regional. Proses ini bertujuan untuk memisahkan antara anomali residual dengan anomali regional yang terdapat pada anomali Bouguer. Selain itu, hasil pemisahan anomali regional dan residual berguna sebagai bahan untuk interpretasi kualitatif tentang kondisi bawah permukaan sebelum melakukan pembuatan model struktur bawah permukaan.

Moving average window filter merupakan suatu metode atau teknik pemisahan yang jika dianalisis dari spektrumnya akan menyerupai *low-pass filter* sehingga *output* dari proses ini adalah frekuensi rendah dari anomali Bouguer yang akan merepresentasikan kedalaman yang lebih dalam (regional). Karena frekuensi

rendah ini mempunyai penetrasi yang lebih dalam. Selanjutnya anomali residual didapatkan dengan cara mengurangkan anomali regional dari anomali Bouguernya.

Secara sistematis persamaan *moving average* untuk kasus 1 dimensi adalah:

$$\Delta g_{regional}(i) = \frac{\Delta g(i-n)+\dots+\Delta g(i)+\dots+\Delta g(i+n)}{N} \quad (2.33)$$

dengan: i = nomor stasiun

N = lebar jendela

$$n = \frac{N-1}{2}$$

$\Delta g_{regional}$ = besarnya anomali regional

Setelah diperoleh $\Delta g_{regional}$, maka harga Δg untuk anomali residualnya dapat dihitung dengan menggunakan persamaan:

$$\Delta g_{residual} = \Delta g - \Delta g_{regional} \quad (2.34)$$

dengan: $\Delta g_{residual}$ = besarnya anomali residual

$\Delta g_{regional}$ = besarnya anomali regional

Δg = besarnya anomali Bouguer

Hal penting pada proses *moving average* adalah penentuan lebar jendela yang tepat. Bilangan gelombang *cut-off* yang diperoleh dari hasil analisis spektral digunakan sebagai masukan dalam perhitungan menentukan lebar jendela.

$$N = \frac{2\pi}{\Delta x \cdot k_{cut-off}} \quad (2.35)$$

dengan: N = lebar jendela

Δx = spasi pengukuran

$k_{cut-off}$ = bilangan gelombang *cut-off*

Sedangkan penerapan *moving average* pada peta 2D dimana harga Δg_R pada suatu titik dapat dihitung dengan merata-ratakan semua nilai Δg_R di dalam sebuah kotak persegi dengan titik pusat adalah titik yang akan dihitung harga Δg_R . Contoh penerapannya dengan jendela 5x5 pada data 2D sesuai dengan persamaan (2.36) berikut:

$$\Delta g_R = \frac{1}{25} [(\Delta g_{B1}) + (\Delta g_{B2}) + (\Delta g_{B3}) + \dots + (\Delta g_{B25})] \quad (2.36)$$

Persamaan tersebut merupakan dasar dari metode ini, dari persamaan tersebut akan dapat dihitung nilai anomali regional pada sebuah titik penelitian. Dimana nilai anomali regional pada sebuah titik penelitian, sangat tergantung pada

nilai anomali yang terdapat di sekitar titik penelitian. Sehingga nilai anomali regional pada sebuah titik merupakan hasil rata-rata dari nilai anomali-anomali di sekitar daerah penelitian.

Berdasarkan karakter spektrum dari *filter* ini, lebar *window* NxN berbanding langsung dengan *low-cut* dari panjang gelombang atau *higt cut* frekuensi spasial dari *low-pass filter*, sehingga dengan bertambahnya lebar *window* akan menyebabkan bertambahnya panjang gelombang regional *output*. Dengan kata lain, lebar *window* terkecil menyebabkan harga regionalnya mendekati anomali Bouguernya.

2.4 Second Vertical Derivative

Second vertical derivative dilakukan untuk memunculkan efek dangkal dari pengaruh regionalnya dan untuk menentukan batas-batas struktur yang ada di daerah penelitian. Sehingga *filter* ini dapat menyelesaikan anomali residual yang tidak mampu dipisahkan dengan metode pemisahan regional-residual yang ada. Secara teoritis, metode ini diturunkan dari persamaan Laplace's:

$$\nabla^2 \Delta g = 0 \quad \text{dimana} \quad \nabla^2 \Delta g = \frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial z^2} \quad (2.37)$$

Sehingga persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial z^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial z^2} &= -\left[\frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \quad (2.38)$$

Untuk data penampang 1D, dimana y mempunyai nilai yang tetap, maka persamaannya adalah:

$$\frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial z^2} = -\left[\frac{\partial^2(\Delta g)}{\partial x^2} \right] \quad (2.39)$$

Dari persamaan-persamaan sebelumnya dapat diketahui bahwa *second vertical derivative* dari suatu anomali Gayaberat permukaan adalah sama dengan negatif dari *derivative* dapat melalui *derivative* orde dua horizontalnya yang lebih praktis dikerjakan.

Terdapat beberapa operator *filter second vertical derivative*, yang dihitung oleh Henderson dan Zeits (1949), Elkins (1951), dan Rosenbach (1952). Dalam penelitian ini digunakan *filter second vertical derivative* hasil Elkins dan

Henderson. Pada Tabel 2.1 dapat dilihat nilai koefisien dari ketiga *filter second vertical derivative*.

Tabel 2. 1 Macam-macam koefisien *filter second vertical derivative*

Henderson dan Zietz (1949)				
0.0000	0.0000	-0.0838	0.0000	0.0000
0.0000	+1.0000	-2.6667	+1.0000	0.0000
-0.0838	-2.6667	17.0000	-2.6667	-0.0838
0.0000	+1.0000	-2.6667	+1.0000	0.0000
0.0000	0.0000	-0.0838	0.0000	0.0000
Elkins (1951)				
0.0000	-0.0833	0.0000	-0.0833	0.0000
-0.0833	-0.0667	-0.0334	-0.0667	-0.0833
0.0000	-0.0334	+1.0668	-0.0334	0.0000
-0.0833	-0.0667	-0.0334	-0.0667	-0.0833
0.0000	-0.0833	-0.0000	-0.0833	0.0000
Rosenbach (1953)				
0.0000	+0.0416	0.0000	+0.0416	0.0000
+0.0416	-0.3332	-0.7500	-0.3332	+0.0416
0.0000	-0.7500	+4.0000	-0.7500	0.0000
+0.0416	-0.3332	-0.7500	-0.3332	+0.0416
0.0000	+0.0416	0.0000	+0.0416	0.0000

2.5 Pemodelan ke Depan

Pemodelan struktur bawah permukaan dilakukan dengan cara pemodelan ke depan. Pemodelan ke depan adalah suatu metode interpretasi yang memperkirakan densitas bawah permukaan dengan membuat terlebih dahulu benda geologi bawah permukaan (Shafie dkk, 2014). Dalam pemodelan dicari suatu model yang cocok atau *fit* dengan data lapangan, sehingga model tersebut dianggap mewakili kondisi bawah permukaan di daerah pengukuran. Pemodelan ke depan dilakukan untuk menghitung efek Gayaberat model benda bawah permukaan dengan penampang berbentuk sembarang yang dapat diwakili oleh suatu poligon bersisi n dinyatakan sebagai integral garis sepanjang sisi-sisi poligon.

Pemodelan ke depan merupakan proses perhitungan data dari hasil teori yang akan teramati di permukaan bumi jika parameter model diketahui. Pada saat melakukan interpretasi, dicari model yang menghasilkan respon yang cocok dan *fit* dengan data pengamatan atau data lapangan, sehingga diharapkan kondisi model itu bisa mewakili atau mendekati keadaan sebenarnya. Seringkali istilah pemodelan ke depan digunakan untuk proses *trial and error*. *Trial and error* adalah proses coba-coba atau tebakan untuk memperoleh kesesuaian antara data teoritis dengan data lapangan. Diharapkan dari proses *trial and error* ini diperoleh model yang cocok responnya dengan data (Umboh dkk, 2018).

Pada pemodelan ke depan dilakukan untuk mengetahui efek gravitasi benda bawah permukaan dengan penampang berbentuk sembarang yang dapat diwakili oleh suatu poligon berisi n yang dinyatakan sebagai integrasi garis sepanjang sisi-sisi poligon. Secara teoritis, pemodelan ini diturunkan dari persamaan Talwani:

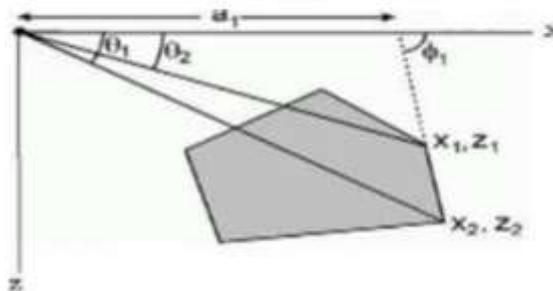
$$g_z = 2G\rho \oint z d\theta \quad (2.40)$$

Integral garis tersebut dapat pula dinyatakan sebagai jumlah garis tiap sisinya, sehingga persamaan BC = 0.04191 ρh dapat ditulis sebagai berikut:

$$g_z = 2G\rho \int_{i=1}^n g_1 \quad (2.41)$$

Model benda anomali sembarang Talwani didekati dengan poligon-poligon dengan sistem koordinat kartesian, yang digambarkan seperti Gambar 2.4. Untuk benda poligon sederhana seperti pada Gambar 2.4 dapat ditunjukkan dengan persamaan sebagai berikut:

$$g_1 = \int_b^a \frac{a_1 \tan \theta_1}{\tan \varphi_1 - \tan \theta} d\theta \quad (2.42)$$



Gambar 2. 4 Efek benda bentuk poligon anomali gravitasi (Talwani dkk, 1990)

Sehingga diperoleh:

$$g_1 = a_1 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 \{ (\theta_1 + \theta_2) \ln \left(\frac{\cos \theta_1 (\tan \theta_1 - \tan \varphi_1)}{\cos \theta_2 (\tan \theta_2 - \tan \varphi_1)} \right) \} \quad (2.43)$$

Dimana:

$$a_1 = x_2 - z_2 \cot \varphi_1 = x_2 - z_2 \left(\frac{x_2 - z_1}{x_2 - z_1} \right) \quad (2.44)$$

Dengan:

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{z_1}{x_1} \right) \quad \varphi_1 = \tan^{-1} \left(\frac{z_2 + z_1}{x_2 + x_1} \right) \quad (2.45)$$

Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk sederhana, dengan mensubstitusikan harga-harga $\sin \varphi$, $\cos \varphi$, dan $\tan \varphi$ dengan koordinat titik sudut poligon pada sumbu x dan z , sebagai berikut:

$$z_1 = \frac{a_1 c}{c^2 + 1} \left\{ \theta_1 - \theta_2 + \frac{1}{2} C \left(\frac{x_2^2 - z_2^2}{x_1^2 - z_1^2} \right) \right\} \quad (2.46)$$

Persamaan di atas dijadikan sebagai dasar perhitungan model bawah permukaan yang berbentuk perangkat lunak. Dalam pemodelan dilakukan menggunakan perangkat lunak *grav2dc*.

2.6 Pemodelan Inversi

Pemodelan inversi merupakan metode interpretasi langsung dengan parameter model didapat dari data anomali Gayaberat dengan menggunakan sejumlah syarat batas berupa asumsi-asumsi model untuk mendapatkan solusi data Gayaberat pengamatan. Pemodelan inversi dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak *geosoft oasis montaj* (dibuat oleh *development and services company headquartered in Toronto*).

Bumi dimodelkan dengan menggunakan sejumlah sel *rectangular* dari densitas kemudian distribusi densitas akhir diperoleh dengan meminimalkan fungsi model obyektif untuk menyesuaikan antara model dengan data lapangan. Komponen vertikal dari medan Gayaberat pada observasi ke- i dan lokasi diberikan dengan persamaan:

$$F_z(\vec{r}_0) = \gamma \int_v \rho(\vec{r}) \frac{z - z_0}{|r - r_i|^3} dv \quad (2.47)$$

Dimana $\rho(\vec{r})$ adalah distribusi rapat massa anomali dan γ adalah konstanta Gayaberat Newton. Tujuannya adalah menentukan densitas ρ secara langsung dari data Gayaberat yang diberikan (F_z). Sementara itu *error* atau ketidaksesuaian antar data diberikan oleh persamaan:

$$\phi_d = ||W_d(d - d^{obs})||^2 \quad (2.48)$$

Dimana $d^{obs} = (Fz_1, \dots, Fz_N)^T$ adalah vektor data, d adalah data prediksi, $W_d =$ diagonal $(1/\sigma_1, \dots, 1/\sigma_N)$ dan σ_i adalah standar deviasi datum ke- i . Model yang diterima adalah model yang menyebabkan ϕ_d yang cukup kecil.

Untuk memperoleh sebuah model yang teliti, didefinisikan fungsi obyektif densitas dan minimalkan jumlah target untuk kecocokan data. Fungsi obyektif merupakan fungsi yang tidak dapat berdiri sendiri namun secara umum kita memerlukan model yang memiliki densitas referensi (ρ_0). Fungsi obyektif adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \phi_m = & \alpha_s \int_v w_s w^2(z) (\rho - \rho_0)^2 dv + \alpha_x \int_v w_x \left(\frac{\partial w(z)(\rho - \rho_0)}{\partial x} \right) dv + \\ & \alpha_y \int_v w_y \left(\frac{\partial w(z)(\rho - \rho_0)}{\partial y} \right) dv + \alpha_z \int_v w_z \left(\frac{\partial w(z)(\rho - \rho_0)}{\partial z} \right) dv \end{aligned} \quad (2.49)$$

Dimana fungsi w_s , w_x , w_y , dan w_z adalah fungsi bobot spasial sedangkan α_s , α_x , α_y , dan α_z adalah koefisien yang mempengaruhi komponen relatif fungsi obyektif yang berbeda, dan $w(z)$ adalah fungsi bobot kedalaman.

Persamaan fungsi obyektif dapat digunakan untuk membangun banyak model yang berbeda. Model referensi ρ_0 dapat berupa densitas yang diestimasi dari penyelidikan sebelumnya, namun dapat pula berupa model nol. Fungsi w_s mengontrol model *final* terhadap model referensi. Sementara fungsi w_x , w_y , dan w_z dapat didesain untuk meningkatkan struktur beberapa wilayah dalam domain model. Model referensi dan keempat fungsi bobot 3D dapat ditambah dengan beberapa informasi lainnya seperti pengetahuan mengenai kontras densitas, data survei geofisika lainnya, maupun dari pemahaman interpreter mengenai geologi dan hubungannya dengan densitas. Jika hal ini dilakukan, bukan saja model yang dihasilkan memiliki *error* yang kecil tetapi juga mewakili model bumi. Solusi numerik ke dalam *problem* inversi diperoleh dengan melakukan pembagian wilayah sumber ke dalam beberapa sel dengan *mesh* 3D dan mengasumsikan nilai densitas yang konstan di setiap sel.